

适合中学物理教学的参考资料

The Uniqueness of Space-time Coordinate Transformation of Two Inertial Systems of Reference---Deduce the Lorentz Transformation from Symmetry

Shi Yong-Cheng

(The Department of Mechanical and Electronic Engineering, Shaoxing University, Shaoxing ,Zhejiang 312000 , P.R. China. E-mail:shiygood@126.com)

Zheng Xiang-Wu

(The department of mathematics, Wu Hang University)

ABSTRACT

The Lorentz transformation is deduced from the symmetry of two inertial systems of reference avoiding the principle of the constancy of the velocity of light in a vacuum . The equivalence of the Galilean transformation and the Lorentz the Lorentz transformation has been proven. Therefore even if some one in some day negates the principle of the constancy of the velocity of light in vacuum by means of these clocks with zero geographic time difference to measure the velocity of light, the Lorentz invariance and the principle of relativity still hold while the contributions of STR in the quantum mechanics and the theory of quantum field will then be protected from the violation of the principle of the constancy of the velocity of light in vacuum.

惯性参考系时空坐标变换的唯一性

——由对称性导出罗仑兹变换

时永澄

曾宪武

(绍兴文理学院机电系 , shiygood@126.com)

(武汉大学数学系)

摘要

由两个惯性参考系之间的对称性导出了符合相对性原理的时空坐标变换——罗仑兹变换. 该变换的导出与光速不变原理无关, 它与伽利略变换为同一变换的两种等价的表现形式.

关键词：惯性参考系，对称性，互易性

导言

众所周知仅在中国就有成百上千的人发表了试图否定爱因斯坦相对论的文章，充斥了各种网站和报章杂志，这些反对爱因斯坦相对论的人中什么人都有，大多为没有物理专业知识的人，甚致有小学毕业的老农民，他们的共同特点是企图通过否定罗仑兹变换来推翻爱因斯坦相对论，所不同的是途径不一样：(1) 通过否定光速不变原理的有关实验从而否定罗仑兹变换，(2) 提出新的时空坐标变换企图取代罗仑兹变换。没有人对此表示任何指斥或愤怒。2009年3月 标题为“用一个字推翻爱因斯坦相对论”文章出现在网站上。虽然该文仍然保留相对论最根本的东西——罗仑兹变换，企图将相对论的个别结论改一个字就招来不满^[1]。该文指出由罗仑兹变换导出的显示运动参考系坐标原点处的时钟比它在静止参考系沿途所经过的静止参考系各点的零时差同步钟的示值较小的数学公式，只有两种可能的解释：(1) 爱因斯坦认为钟的匀速直线运动导致运动钟走的慢，(2) 自动控制理论认为时钟的快慢由观察者人为操控，由此该文提出应将爱因斯坦的论断：“运动钟走的慢”的“走”字改为“调”字，这就表示两个参考系采用不同周率的钟，从而与导出罗仑兹变换的基本假定——两个参考系采用相同的同步时钟和等长的单位量尺相矛盾，该矛盾表明爱因斯坦在一个被当做静止参考系中采用了全体零时差同步钟的做法是错误的，这导致了两个参考系中时钟不对称的地理时差的设置，从而破坏了两个参考系的空时坐标系的对称性，致使得所得的有关物理结论失去了互易性（也就是失去了相对性）——这就是文章标题中推翻爱因斯坦相对论的含义。由此可见该文章并非要全盘否定相对论，只是要推翻爱因斯坦由罗仑兹变换得出的错误结论。

在另一篇相关的文章中由于在两个相互匀速直线运动惯性系中对所有同步时钟对称设置地理时差，保证了罗仑兹变换与其基本假设——两个参考系采用相同的同步时钟和等长的单位量尺——相一致，从而保证了对称性^[2]并由此奠定了相对论新的基石基础。

爱因斯坦逝世前向世人表白：我未能为人们解释清楚狭义相对论，是我一生最大的遗憾。

由于爱因斯坦忽视了罗仑兹变换中隐含的对时钟地理时差的规定，爱因斯坦不懂爱因斯坦相对论。任何人只要懂得罗仑兹变换中隐含的对时钟地理时差的规定，就可以成为真正懂得爱因斯坦相对论的人。

可以毫不夸张的说，这个世界上任何人包括爱因斯坦本人不了解此文有关时钟地理时差的论述就不可能成为真正懂得爱因斯坦相对论的人。

为了避免更多的人为否定罗仑兹变换浪费精力，接受和坚信上述批改爱因斯坦相对论的观点和做法 我现在发表多年前在文化大革命期间我与我的同学和好友曾宪武之间的通讯友情合作：“惯性参考系时空坐标变换的唯一性——由相对性原理导出罗仑兹变换”，作为彼此在逆境中友情协作的纪念，奉献给年青人，中学教师和学生们参考 (时永澄)

I. 关于罗仑兹变换导出方法及其物理学意义

罗仑兹变换是爱因斯坦狭义相对论的核心。从爱因斯坦以来它的导出基于两个假设^[3]：相对性原理和光速不依赖于光源速度的原理(以下简称为光速不变原理)。这

就导致了人们产生了一种共识, 只要通过实验和观测否定了光速不变原理就否定了罗仑兹变换, 从而推翻爱因斯坦狭义相对论. 由于相对论量子力学和量子场论是建立在由罗仑兹对称性所表征的相对性原理基础之上, 如果某一天狭义相对论被否定, 物理学会产生严重的危机. 因此弄清罗仑兹变换与真空光速恒定原理的关系是至关重要的原则性问题. 本文证明了两个惯性参考系之间符合对称性的时空坐标变换必为罗仑兹变换. 因此罗仑兹变换反映了这种对称性——罗仑兹对称性. 由于该变换的导出与光速不变原理无关, 因此一旦后者被否定, 不会动摇近代物理学的基石.

罗仑兹变换的推导是由爱因斯坦完成, 其后有众多的文献涉及这个工作, 基本上大同小异, 离不开爱因斯坦的框框. 在福克的著作: “空间, 时间和引力场” 一书中全面论述了有关问题. 对于罗仑兹变换的推导, 福克采用下列两个假设^[4]:

- (1) 惯性定律成立,
- (2) 光的波前方程不变.

福克单独由 (1) 出发证明了两个惯性参考系间的时空坐标变换

$$x'_i = f_i(x_0, x_1, x_2, x_3), \quad (i = 1, 2, 3),$$

式中 $x_0 = ct, x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$, 可化为具有相同分母的分式线性函数变换——墨斯乌比变换, 再运用 (2) 得出罗仑兹变换.

追踪爱因斯坦的笔迹, 设 S 和 S' 为两个等价的参照系, 即这两个参照系具有同样长的单位量杆和同步的钟. 相对性原理要求, 对于这两个参照系作相对匀速平移运动的情况, 自然规律完全一致. 由此他推断真空光速在这两个参照系中有相同数值, 这与福克将光的波前方程不变性的要求也归于相对性原理是一回事. 按此逻辑我们也可以把声速在这两个参照系中有相同数值或声的波前方程不变也归纳于相对性原理. 这类要求显然是荒谬的, 因为两者均不能当作自然规律.

在“伯克利物理学教程”中狭义相对论被放在其第一卷——力学中叙述. 在该书第十一章中对罗仑兹变换的推导列出两个假设^[5]:

- (1) 空间是各向同性的和均匀的. 对于任何两个作匀速相对运动的观察者, 基本物理定律完全相同,
- (2) 光速与光源和接收器的运动无关.

这两个假设将爱因斯坦和福克等人的假设给出了正确的表述.

由此可见罗仑兹变换的导出建立在对光速的有关假设的基石之上, 一旦这一假设为实验和观察所否定, 狭义相对论和物理学有关部份就会陷入困境. 因此抛开假设 (2) 探索推导罗仑兹变换的途径有重要意义.

在爱因斯坦所考虑的两个作相对匀速平动的参考系 S 和 S' 中的不同点处采用同样长的单位量尺和同步的时钟, 从而保证相对性原理成立. 这就意味这两个参考系在物理上是平权的——物理结论是互易的, 在几何上是对称的和在代数是互易的 (有关的数学表达式对两个参考系设置的空时坐标系的坐标变量是置换不变的). 我们指出爱因斯坦在涉及到时钟问题时忽视了不同地点的同步时钟可以有不同的地理时差, 如果在这两个参考系中如果按照导出的变换对时钟的地理时差所作的设置不对称, 相对性原理就不能保证.

追踪爱因斯坦, 他设有一个点事件, 相对于 S 用变数 x, y, z, t 来确定, 相对于 S' 用变数 x', y', z', t' 来确定. 关于联系这两类变数的方程, 他指出对于所说变数

必定是线性的，因为这是空间和时间的均匀性所要求的。通过选取 x 轴和 x' 轴同向重合，其余两对轴互相平行，以及选取两个参考系的时间起点为两个坐标原点重合的瞬间，爱因斯坦推断所求的线性变换为齐次变换并作出结论：下面的每一对方程都是等价的：

$$\begin{aligned}x' &= 0, x - vt = 0; \\y' &= 0, y = 0; \\z' &= 0, z = 0.\end{aligned}$$

因此他求得三个变换方程具有下列形式

$$\begin{aligned}x' &= a(x - vt), \\y' &= by, \\z' &= cz,\end{aligned}\tag{A}$$

式中 a, b 和 c 都是速度 v 的函数。

根据真空光速恒定原理，得出结论：下列两个方程

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2,\tag{B}$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c'^2 t'^2,\tag{C}$$

必定是等价的，由此导出罗仑兹变换

$$t' = \beta \left(t - \frac{v}{c^2} x \right),\tag{1.1}$$

$$x' = \beta(x - vt),\tag{1.2}$$

$$y' = y,\tag{1.3}$$

$$z' = z,\tag{1.4}$$

式中

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.\tag{2}$$

我们试图放弃有关真空光速恒定性假定，从(A) 出发根据参考系 S 和 S' 对称性出发推导最普遍的时空坐标变换。

II. 由对称性推导罗仑兹变换

作一个坐标轴 x^* 与 x' 轴方向相反，其原点与 x' 轴原点始终重合一起运动，时空坐标系 $S: (x, y, z, t)$ 与时空坐标系 $S^*: (x^*, y', z', t')$ 具有几何空间对称性。设 S' 的空间坐标原点 O' 沿 x 轴正向运动的速度为 v ， S 的空间坐标原点 O 沿 x' 轴相对 S' 的运动速度为 $-v'$ ，则 O 点沿 x^* 相对于 S^* 的运动速度为 v' 。设 $v = h(v')$ ，由对称性

可以推断 $v' = h(v)$. 由函数的连续性可证 $v' = v$ (参见附注 1). 其实由于两个参考系中采用相同的同步钟和相同长度的单位量尺, 由对称性直接可得出 $v' = v$.

用 $-x^*$ 代替 x' , 方程(A) 化为

$$\begin{aligned} -x^* &= a(x - vt), \\ y' &= by, \\ z' &= cz, \end{aligned}$$

由对称性可以断定该方程组关于 S^* 和 S 的四维坐标变量具有置换不变性, 于是在上述方程组中实行对应的时空变量互换可得

$$\begin{aligned} -x &= a(x^* - vt'), \\ y &= by', \\ z &= cz', \end{aligned} \tag{A'}$$

由于 $x^* = -x'$, 上述方程组的第一个方程可改写为

$$x = a(x' + vt').$$

由上式解出 t' 后再用(A) 的第一式消去 x' :

$$t' = \frac{1}{v} \left(\frac{x}{a} - x' \right) = \frac{1}{v} \left(\frac{x}{a} - a(x - vt) \right) = \frac{1}{v} \left(avt - \left(a - \frac{1}{a} \right) x \right) = a \left(t - \frac{1}{v} \left(1 - \frac{1}{a^2} \right) x \right),$$

再引入待定函数 $K(v)$ 按下列关系式代替未知函数 a :

$$K(v) = v^2 \left(1 - \frac{1}{a^2(v)} \right)^{-1}, \tag{3}$$

我们就得到

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{K(v)}}} \left(t - \frac{vx}{K(v)} \right), \tag{2.1}$$

而(A) 的第一式 可表为

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{K(v)}}} (x - vt). \tag{2.2}$$

将(A) 和(A') 的第二个, 第三个方程分别相乘就得到 $b^2 = 1, c^2 = 1$, 考虑到我们预先假设两个参考系各空间坐标轴均同向而取正值解 $b=1, c=1$. 于是所求的变换可表为

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{K(v)}}} (x - vt), \tag{3.1}$$

$$y' = y, \quad (3.2)$$

$$z' = z, \quad (3.3)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{K(v)}}} \left(t - \frac{vx}{K(v)} \right). \quad (3.4)$$

考虑一个惯性系 S'' 相对 S 系沿 x 轴方向匀速平动, 其空间坐标原点 O'' 按下式作匀速直线运动

$$x - ut = 0, \quad (4)$$

式中 u 为 O'' 的运动速度. 设该点在 S' 系中的空时坐标为 (x', t') , 则它相对于 S' 的运动速度为

$$u' = \frac{x'}{t'} = \frac{x - vt}{t - \frac{vx}{K(v)}}. \quad (5)$$

由(4), (5) 消去 x, t 后就得到

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{K(v)}}. \quad (6)$$

这就是 S'' 关于 S' 的运动速度. 将上式中左边的变量 u 与 v 互换, 就得到 S' 关于 S'' 的运动速度

$$u'' = \frac{v - u}{1 - \frac{vu}{K(u)}}. \quad (7)$$

由于前面已证明两个互相作匀速运动的参考系关于对方的相对速度是大小相等方向相反, 我们有

$$u' = -u''. \quad (8)$$

由(6), (7) 和(8) 得出

$$K(u) = K(v). \quad (9)$$

由于变量 u 和 v 是相互独立选取的, (9) 表明函数 K 是一个常数 $K = \text{const}$. 首先我们指出

$$\frac{1}{K} = 0, \quad (10)$$

是一个显然解, 它对应于伽利略变换. 该变换是满足相对性原理的一个严格解. 我们将要证明 $K > 0$. 由(6) 式解出 u , 并用常数 K 代替函数 $K(v)$ 后得到

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{K}}, \quad (11)$$

式中 v 为运动参考系的速度，即运动质点的牵连速度， u' 为质点相对运动参考系的速度，即相对速度， u 为绝对速度。(11) 式代表速度合成公式。该式中 K 不能为负数，因为 u' 和 v 是相互独立变量，一个质点关于一个参考系的运动不应当受该参考系关于其它参考系的速度限制，我们不能用 $|K|$ 来规定速度上限以避免两个正速度合成为一个负速度。因此如果 $K < 0$ ，对于充分大的 $u' > 0$ 和 $v > 0$ ，当

$$u'v > |K|,$$

时合成速度 $u < 0$ ，这显然是荒谬的。另外 k 也不能为零，否则导致 u 为无穷大。因此 $K > 0$ ，我们令 $K = c^2$ （关于 $K > 0$ 的证明，在附注 2 中给出了更详细的论述）。于是(3.1), (3.2), (3.3), (3.4) 化为罗仑兹变换

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}(x - vt), \quad (4.1)$$

$$y' = y, \quad (4.2)$$

$$z' = z, \quad (4.3)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left(t - \frac{vx}{c^2}\right). \quad (4.4)$$

上式中常数 c 可取光速，声速和任意数，至于如何确定它，这与时钟的地理时差的设定有关^[2]。

通过对称的设置时钟的地理时差

$$\begin{aligned} t' &= \tau - \lambda x', \\ t &= \tau + \lambda x, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 τ 是伽利略变换中的绝对速度，

$$\lambda = \frac{1}{v} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = \frac{1}{V} \left(\sqrt{1 + \frac{V^2}{c^2}} - 1 \right), \quad (13)$$

v 是两个参考系相互运动的坐标速度（它出现在罗仑兹变换中）， V 是两个参考系相互运动的绝对速度（它出现在伽利略变换中），可以证明罗仑兹变换与伽利略变换是等价的，两种变换可以严格的相互转化，因而是同一变换的两种不同表现形式^[6]。

III. 真空光速恒定原理与罗仑兹变换的关系

众所周知罗仑兹变换成立确保真空光速恒定原理成立。如果光速恒定原理被实验和观测所否定，那么罗仑兹变换按逻辑就必然被否定。然而罗仑兹变换(4.4)表明S'系中的时钟存在地理时差，因此所涉及到的光速为坐标光速。人们在实验和观测中所采用的时钟是零时差的同步钟，所测光速为固有光速，它必然遵循伽利略的速度合成公式而变化而违反真空光速恒定原理，这当然不能作为否定罗仑兹变换的根据^[6]。

由(13)式可知当 $V=c$ 时，

$$v = \frac{V}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} c = 0.707...c,$$

只有当 $V \rightarrow \infty$ ，才有 $v=c$ 。因此超光速完全可能，牛顿力学不受罗仑兹变换的限制，速度无极限，这些与罗仑兹变换是不相矛盾的。再说我们已经证明了罗仑兹变换的导出与真空光速恒定原理无关。

IV. 对称性与罗仑兹变换

由两个相互匀速直线运动的惯性系的对称性可以导出罗仑兹变换。罗仑兹变换不一定能保证这种对称性，该对称性表征物理结论对两个参考系的观察者是互易的。爱因斯坦忽视了罗仑兹变换所法定的时钟地理时差的对称设定，从而导致了在这两个参考系设置不同周率的时钟和不同长度的单位量尺，这样做虽然保证了罗仑兹变换仍然成立，却破坏了对称性从而使得物理结论对两个参考系中的观察者不是互易的^[1]。于是爱因斯坦关于两个相互匀速运动观察者都觉得对方的钟走的比自己的慢的说法就不能成立^[1]。

附注 1。关于 $v' = h(v) = v$ 的证明

设 $v' = h(v)$ ，由对称性得 $v = h(v')$ ，由这两个方程消去 v' 后得到一个确定未知函数的函数方程

$$h(h(v)) = v \quad (01)$$

在上式两边对 v 求导数得到

$$h'(h(v))h'(v) = 1.$$

可见 $h'(v) \neq 0$ ，即函数 $h(v)$ 单调，故必有反函数存在，设为 $h^{-1}(v)$ ，则从(01)式可得

$$h(v) = h^{-1}(v).$$

两边对 v 求导, 得到

$$h'(v) = \frac{1}{h'(v)}, \quad (02)$$

由此有 $h'(v)^2 = 1$, $h'(v) = \pm 1$, $h(v) = \pm v + c_0$. 因为 $h(0) = 0 \Rightarrow c_0 = 0$. 考虑到对称性, 不能取负号于是我们有 $v' = h(v) = v$.

附注 2. 关于 $K > 0$ 的证明

考虑一系列惯性参考系 $S_0, S_1, \dots, S_{n-1}, S_n \dots$, 它们的各空间轴分别相互平行和同向. 设 S_1 关于 S_0 的运动速度为 $u_1 = u > 0$, S_n 关于 S_0 的速度为 u_n . 当 $n > 1$ 时 S_n 关于 S_{n-1} 的相对速度为 $\xi > 0$. 无论正数 ξ 多么小, 由(11)我们有

$$u_2 = \frac{\xi + u}{1 + \frac{u\xi}{K}},$$

如果 $K < 0$, 由上式可得 $u_2 > \xi + u > u > 0$.

定义函数

$$f(x) = \frac{\xi + x}{1 - \frac{x\xi}{P}}, \quad (001)$$

式中 $P = -K > 0$, 则

$$\begin{aligned} u_1 &= u, \\ u_2 &= f(u_1), \\ &\dots\dots\dots \\ u_n &= f(u_{n-1}), \end{aligned} \quad (002)$$

式中 $n=2, 3, 4, \dots$. 当 $u_m > 0$ 时

$$u_{m+1} = \frac{\xi + u_m}{1 - \frac{u_m\xi}{P}} > \xi + u_m > u_m > 0. \quad (003)$$

因此有限次的正向有限速度合成结果也必然是正向有限的, 我们有

$$0 < u_n < \infty, n = 1, 2, 3, \dots. \quad (004)$$

由 (001) 所定义的函数 $f(x)$ 是在区间 $[0, P/v)$ 内的连续函数, 且在该区间内有

$$f'(x) = \frac{1 + \frac{v^2}{P}}{\left(1 - \frac{xv}{P}\right)^2} \geq 1 + \frac{v^2}{P}.$$

我们指出存在 N 使 $u_N \geq \frac{P}{v}$, 否则若永有 $u_n < \frac{P}{v}$, ($n = 1, 2, \dots$), 则得

$$u_{n+1} = f(u_n) = \int_0^{u_n} f'(x)dx + f(0) \geq \left(1 + \frac{v^2}{P}\right) \int_0^{u_n} dx + v \geq \left(1 + \frac{v^2}{P}\right) u_n,$$

$$u_{n+1} \geq \left(1 + \frac{v^2}{P}\right) u_n \geq \dots \geq \left(1 + \frac{v^2}{P}\right)^n u_1 \rightarrow \infty, \quad (\text{当 } n \rightarrow \infty).$$

这与 $u_n < P/v, (n = 1, 2, 3, \dots)$ 相矛盾. 因此我们有

$$\begin{aligned} u_{N+1} = f(u_N) < 0, & \quad \text{当 } u_N > \frac{P}{v}, \\ u_{N+1} = f(u_N) \rightarrow \infty, & \quad \text{当 } u_N = \frac{P}{v}, \end{aligned}$$

这与 (004) 相矛盾. 於是 $K > 0$ 得证

参考文献

(1) 用一个字推翻爱因斯坦相对论. 时永澄著 <http://qaabb.com/article/2/31.htm> 或 <http://qaabb.cn?a88>; 用一个字改正爱因斯坦相对论. 时永澄著. 北京相对论研究联谊会五届年会论文集. 2009 年第四期 p136-144

(2) 相对论中爱因斯坦的错误及其修正. www.qiji.cn/eprint/abs/3579.html.

时永澄, 2007 年 www.qiji.cn/eprint/abs/3580.html.

(3) 爱因斯坦: 关于相对性原理和由此得出的结论. 爱因斯坦文集, 第二卷. p157-159

(4) 福克: 时间、空间和引力理论. 科学出版社

(5) C. 基特尔等著: 力学, 伯克利物理学教程第二卷. p438-440.

(6) 时永澄: 速度无极限---从伽利略变换导出罗仑兹变换 <http://qaabb.cn?a92> 2008 年 5 月