

关于四个悖论

Gong BingXin

bingxin_gong@hotmail.com

四个悖论是公元 5 世纪爱利亚学派哲学家芝诺用两论相反的方法提出的论证。

为了维护巴门尼德关于"存在"是不动的"一"的学说,芝诺提出了否认运动的一系列论证,其中最著名的有四个,称为"四个悖论"。

本文分析"四个悖论"错误之处,试图用具体方法解决具体问题。

两分法

运动着的物体要达到终点,首先必须经过路途的一半,为此它又必须先走完这一半,依此类推,以至无穷.假如承认有运动,这运动着的物体连一个点也不能越过。

分析

运动着的物体必然有速度,速度不为零,运动时间增长。

设运动物体从起点到终点的距离为 S , 运动物体的速度为 V , 运动时间为 t 。

距离跟速度和时间有下列关系: $S = V \cdot t$ 。

运动物体要到达终点,必须 $V \cdot t \geq S$ 。

这个条件是可以满足的。因为距离 S 是一个有限值,速度 V 不为零,运动时间 t 增长。因此必然有 $V \cdot t \geq S$, 也就是运动物体可以到达终点。

“两分法”认为运动物体要达到终点,首先必须经过路途的一半,为此它又必须先走完这一半,依此类推,以至无穷。因此假如承认有运动,这运动着的物体连一个点也不能越过。“两分法”表达了这样的一种结论: $V \cdot t$ 永远小于距离 S 一半的 N 次方根, N 趋于无穷大。运动物体永远到达不了终点。

但是这种结论是不正确的。虽然存在 $V \cdot t$ 小于距离 S 一半的 N 次方根这样的一种关系,但因为 $V \cdot t$ 趋于增长,而 S 一半的无穷次方根趋于零。

只是某一时间间隔的 $V \cdot t$ 小于距离 S 一半的无穷次方根,并非总的 $V \cdot t$ 小于距离 S 一半的无穷次方根。

用数学的说法就是关系式 $V \cdot t$ 小于距离 S 一半的 N 次方根,但积分 $V \cdot t$ 大于距离 S 一半的 N 次方根。运动意味着需要积分。

“两分法”把关系式 $V \cdot t$ 当成积分 $V \cdot t$ 。也就是把局部当成整体了。

认为 $V \cdot t$ 总是小于距离 S 一半的无穷次方根,实际上只有否定 $V \cdot t$ 趋于增长,也就是否定有运动,才能成立。

结论当然是假如否定有运动,这运动着的物体连一个点也不能越过。

阿基里与龟

全希腊跑得最快的阿基里永远追不上慢慢爬行的乌龟.因为他要追上龟,首先

就要到达龟所爬行的出发点,这时龟已经往前爬行了一段;当阿基里跑到龟的第二个出发点时,龟又爬行了一小段,阿里又得赶上一小段,以至无穷.阿基里只能无限地接近,但永远不能赶上它.所以,假如承认有运动,就得承认速度最快的赶不上速度最慢的.

分析

设阿基里的速度为 V_1 , 乌龟的速度为 V_2 , $V_1 > V_2$. 阿基里和乌龟原来的距离 S .

阿基里要追上龟, 必须 $V_1 * t \geq V_2 * t + S$. 即 $V_1 * t - V_2 * t \geq S$. t 为运动时间.

这个条件是可以满足的. 因为 $V_1 > V_2$, 运动时间 t 增长, 距离 S 是一个有限值, 因此必然有 $V_1 * t - V_2 * t \geq S$, 也就是阿基里可以追上龟.

“阿基里与龟”犯了与“两分法”同样的错误. 把 $V_1 * t - V_2 * t$ 小于距离 S 一半的 N 次方根这样的一种关系, 当成总的 $V_1 * t - V_2 * t$ 小于距离 S 一半的无穷次方根. 把关系式 $V_1 * t - V_2 * t$ 当成积分 $V_1 * t - V_2 * t$.

结论当然是假如否定有运动, 阿基里永远追不上乌龟.

飞矢不动

飞着的箭在不同的时间处于不同的位置, 甲时在 A 点, 乙时在 B 点, 在连续的时间中, 箭相继地静止在一系列的点上. 既然是某一点上, 怎么能运动呢? 运动实际上是一系列静止的总和.

分析

首先应给运动和静止下定义: 如果物体在不同的时间处于不同的位置, 那么这物体就是运动物体. 如果物体在不同的时间处于相同的位置, 那么这物体就是静止物体.

因此在连续的时间中, 箭相继地静止在一系列的点上的说法不合理, 应为在连续的时间中, 箭相继地在一系列的点上.

因为静止意味着物体在不同的时间处于相同的位置, 这里一系列的点显然是不同的位置.

运动实际上是一系列静止的总和的说法当然也就不成立了.

一半等于一倍

假定有三列物体, A 列静止不动, B 列与 C 列以相等的速度按相反方向运动 (见图 1). 当 B_1 通过 A_3 , 越过两个位置, 到达与 A_4 并列的位置时, 由于 C 列是按相反方向同速运动的, 所以 B_1 在相同的的时间里已通过 C 列的 4 个位置了 (见图 2). B 越过 C 列物体的数目, 要比它越过 A 列物体的数目多一倍. 因此, 它用来越过 C 的时间要比它用来越过 A 的时间长一倍. 但是 B 和 C 用来走到 A 的位置的时间却相等. 一半的时间等于一倍的时间. 因此说一半等于一倍.

A1 A2 A3 A4
B4 B3 B2 B1→
← C1 C2 C3 C4

图 1

A1 A2 A3 A4
B4 B3 B2 B1→

← C1 C2 C3 C4

图 2

分析

“一半等于一倍”错误的地方在这两句话：B 越过 C 列物体的数目,要比它越过 A 列物体的数目多一倍.因此,它用来越过 C 的时间要比它用来越过 A 的时间长一倍。

B 越过 C 列物体的数目,要比它越过 A 列物体的数目多一倍忽略了前提条件：在相同的时间里。

应该是在相同的时间里 B 越过 C 列物体的数目,要比它越过 A 列物体的数目多一倍。它用来越过 C 的时间和用来越过 A 的时间一样多。因此一半就是一半。

“一半等于一倍”错误的地方在于忽略了前提条件：在相同的时间里。

参考《中国大百科全书。哲学。卷二》 P 841

Author : BingXin Gong

Address:

Room 708, 3th Building

HuaDu XinCun

No. 57, JianSheBei Road,

XinHua HuaDu,

Guangzhou Guangdong,

China 510800

(Please send by FedEx or UPS, thank you!)

Tel: 86-13480212541, 86-20-86856616