

Speelde Einstein vals ? of Hoe Einstein het Maxwell-Analogie-probleem oploste.

Beschreven door:

De voortgang van Mercurius' perihelium en de gyrotatie-afbuiging van het licht.

T. De Mees - thierrydemees@pandora.be

Samenvatting

Sinds een eeuw is de Gravitatie in de ban van Einstein's Relativiteitstheorie. Toch trachten sinds decennia tientallen wetenschappers het ongelijk van deze theorie te bewijzen. Nochtans met succes, maar zonder gehoor te vinden. Hier zullen we ontdekken wat er mis is met de theorie, en wat vele wetenschappers ertoe brengt de theorie ondanks dat niet te dumpen. Niet alleen zullen we ontdekken dat de Relativiteitstheorie van Einstein een vervalsing is van de eigenlijke juiste Gravitatietheorie, maar we zullen ook een idee kunnen vormen over hoe en waarom Einstein dit deed. *Speelde Einstein vals?* is niet bedoeld als een regelrechte beschuldiging aan het adres van Einstein of op zijn werkwijze. Daarvoor zijn de bewijzen te gering. Maar het is een mooi voorbeeld van een te langdurige verafgoding van een theorie in deze tijden, net zoals de tijd vóór Galilei in de sterrenkunde en de tijd vóór Vesalius in de geneeskunde. Het meest opmerkelijke is dat de juiste Gravitatietheorie ouder is dan de Relativiteitstheorie. In *Speelde Einstein vals?* Worden beide theorieën bestudeerd en vergeleken, in har historische context geplaatst, en toegepast op enkele fundamentele fysische fenomenen: de voortgang van het perihelium van Mercurius en de buiging van het licht dat langs de zon scheert.

Index

1. Inleiding : twee concurrerende modellen. *1905: 1905: de geboorte van een nieuwe visie / 1893: de consolidatie van een oud concept / Is het laatste woord gezegd ?*
2. De Maxwell analogie voor gravitatie: een kort overzicht.
3. De Maxwell analogie voor gravitatie bekeken door Oleg Jefimenko. *De veralgemening van de Maxwell analogie / De Maxwell Analogie vormt een coherente gravitatie theorie / Relativistische en niet-relativistische klokken.*
4. De Maxwell analogie voor gravitatie bekeken door James A. Green. *De Relativiteitstheorie voor Gravitatie en de Maxwell analogie zijn bijna identiek / De lichtsnelheid komt niet voort uit $c^2 = 4(\epsilon\mu)^{-1}$*
5. Algemene Relativiteitstheorie : een dubieuze ijking? *De voortschrijding van het perihelium van Mercurius / De afbuiging van sterlicht dat langs de zon scheert / Bespreking*
6. Vergelijking met de Maxwell analogie. *De voortschrijding van het perihelium van Mercurius en het Melkwegstelsel. / De afbuiging van sterlicht langs de zon scherend*
7. Was de periode van de Relativiteitstheorie vruchtbaar?
8. Besluit: Speelde Einstein vals?
9. Referenties en interessante lectuur.

1. Inleiding : twee concurrerende modellen.

1905: de geboorte van een nieuwe visie

Bijna honderd jaar geleden werd een mijlpaal gezet in de geschiedenis van de wetenschap: de Speciale Relativiteitstheorie ontstond uit het brein van Einstein rond 1905, naar aanleiding van een aantal waarnemingen die niet eenvoudigweg verklaard konden worden.

De eerste gedachtegang die de toenmalige wereld van de wetenschap op z'n kop zette was het begrip "*relativiteit van de snelheid*". Deze gedachtegang kon de contractie van Lorentz verklaren die leek te volgen uit de proef van Michelson-Morley. Al gauw werden een aantal wetenschappers gewonnen voor het idee. De volgende logische stap was uiteraard *de versnelling*. Hierbij ontstond onmiddellijk het volgende probleem: is de gravitatie versnelling iets anders dan de inertie versnelling? Indien deze beide gelijkgesteld konden worden lag de weg open voor de uitwerking van de "*relativiteit van de versnelling*". Maar door het begrip "relativiteit van de versnelling" te gaan toepassen op de gravitatie, kwam Einstein tot de bevinding dat een voorwerp dat naar een planeet toe valt, merkwaardig genoeg gewichtsloos lijkt. Hoe ging dit verenigd kunnen worden met het feit dat massa's niettemin een gewicht hebben?

De filosofische oplossing bleef inderdaad niet uit, met de "gedachte-experimenten" van Einstein: indien men niet het verschil kan ontdekken tussen enerzijds iemand die op aarde in het gravitatieveld staat en zo een zwaarte ondervindt, en anderzijds iemand in de ruimte in een lift naar omhoog gaat, moeten beide situaties telkens identiek zijn. De equivalentie van versnelling en zwaarte wordt zo aangetoond. Een massa die aan het vallen is onder invloed van gravitatie (en in werkelijkheid gewichtsloos is) beweegt zich volgens "gewichtsloosheidslijnen", gewoonlijk "wereldlijnen" genoemd. Als het ware kunnen die gewichtsloosheidslijnen gekromde coördinaten beschrijven, en misschien kan men dan wel stellen dat het universum als dusdanig gekromd is. Met de hulp van een expert in de Wiskunde, Marcel Grossman, heeft Einstein een wiskundig model ontwikkeld waarin een ruimte met gravitatie gecreëerd werd waarin de coördinaten niet vast staan zoals in een klassiek assenstelsel, maar willekeurig gekozen kunnen worden, rekening houdend met de gewichtsloosheidslijnen. De logica van dit wiskundig model ligt in de uitbreiding van het begrip relativiteit van stelsels tegenover elkaar.

Wat aan de theorie als geniaal wordt aanzien is bovendien dat het startpunt zeer veralgemeend maar beknopt is, in de vorm van Einstein's veldvergelijkingen. Deze vergelijkingen lijken toepasselijk op materie, op voorwaarde dat oplossingen van de differentiaalvergelijking in alle redelijkheid gekozen worden, met inbegrip van de eventuele integratieconstanten. Zij schijnt ook vrij goed overeen te komen met de toenmalige kennis van het heelal, die vrij beperkt was vergeleken tot vandaag.

Echter verdenken wij er Einstein van een wiskundig model te hebben ontwikkeld dat slechts een klein gedeelte van het gekende heelal, met name een deel van ons zonnestelsel, extrapoleert naar het volledige heelal. En niet alleen dat, maar bovendien is het stukje dat wél klopt voor ons zonnestelsel vervalst! Straks zien we het waarom.

In het oog van wiskundigen is het geen probleem om een magnifieke wiskundige theorie te ontwikkelen, die beknopt, zeer algemeen en mooi is, zelfs indien het gedetailleerd oplossen ervan complex blijkt te zijn. Wanneer ze dan toegepast kan worden op een fysisch concept is de voldoening oneindig groot. Eén enkele wiskundige vergelijking kan zo een basis worden van een universum waarvan slechts een fractie fysisch waargenomen werd. Toch biedt die theorie dan de mogelijkheid om de meest uiteenlopende speculaties op te zetten op basis van elke mogelijke oplossing van dat ene stel wiskundige vergelijkingen.

1893: de consolidatie van een oud concept

Twaalf jaar voordat de Speciale Relativiteitstheorie het licht zag, ruim een eeuw geleden, had de kennis van het elektromagnetisme een hoogtepunt bereikt toen Oliver Heaviside^{[5],[4]}, door zelfstudie, de wetten van het elektromagnetisme omvormde in een stel compacte vergelijkingen, die nu -verkeerdelijk- de wetten van Maxwell worden genoemd.

Maar zoals deze minder opgemerkte bijdrage die Heaviside leverde, ging ook zijn werk over de Analoge Maxwell vergelijkingen voor Gravitatie bijna teloor. Heaviside stelde in 1893 dat de gravitatiewet van Newton merkwaardig veel leek op de krachtwet voor ladingen. Zou het kunnen dat de gravitatie op dezelfde manier werkt als het elektromagnetisme? Bestaat er zoiets als *magnetische gravitatie*? Heaviside kon het bewijs niet leveren,

omdat rond de eeuwwisseling de kennis van ons heelal sterk beperkt was. Maar hij suggereerde dat massa werkte zoals lading, en dat er twee constanten bestonden voor Gravitatie, analoog aan het elektromagnetisme, zodat enerzijds de universele gravitatieconstante en anderzijds de lichtsnelheid ermee verband hielden. Het resultaat was een set van identieke vergelijkingen –in vorm– aan deze van Maxwell, zoals we in volgend hoofdstuk zullen ontdekken. De uitdaging die Einstein was aangegaan om het onuitgelede deel van de voortgang van het perihelium van Mercurius te berekenen, 43 boogsec, deed de voorstanders van de Heaviside theorie verbleken. Men kon deze afwijking niet berekend krijgen via de Maxwell analogie, want met de toenmalige kennis werd slechts 1/12^{de} ervan gevonden^[5]. Einstein zelf deed een poging over de Maxwell analogie voor gravitatie via een onopgemerkte publicatie^[5], maar ontdekte later waarschijnlijk het probleem. De Relativiteitstheorie scheen de enige uitweg te zijn tot een oplossing.

Is het laatste woord gezegd ?

In het dispuut dat ontstond tussen de klassieker wetenschappers, die de Maxwell vergelijkingen zien als de ultieme theorie om gravitatie fenomenen uit te leggen, en de voorstanders van de Universele Relativiteitstheorie voor Gravitatie is er sprake van twee elementen. Ten eerste gebeurt de waarneming van kosmische fenomenen met behulp van ontvangen elektromagnetische golven zoals licht en X-stralen. Deze worden mooi beschreven door de Relativiteitstheorie, die de kromming van deze lichtstralen veralgemeent tot de kromming van de ruimte. Dit speelt op het eerste zicht ten voordele van de Relativiteitstheorie. Het tweede element is dat het verschil tussen beide theorieën dermate klein is dat de Maxwell vergelijkingen door de “Relativisten” aanzien worden als een goede benadering van de “juiste” Relativiteitstheorie. Preciezer gezegd, de termen met factoren c^0 (“Newtoniaanse oplossing” genoemd) en c^2 (“Post-Newtoniaanse oplossing van de tweede orde” genoemd) worden als een 2^{de} orde benadering aanzien van de relativistische reeksontwikkeling.

Voor de ingenieur is de Relativiteitstheorie van Einstein echter niet zo praktisch: de theorie legt eerder uit hoe we dingen *zien* na vervormingen door de gravitatie dan van uit te leggen wat er in werkelijkheid gebeurt. Ze is in hoge mate filosofisch en zeer algemeen. We zouden in de limiet kunnen stellen dat de Relativiteitstheorie een Optica theorie is die met gravitatie rekening houdt. En zelfs indien de Relativiteitstheorie verder zou komen dat de beschrijving van het licht, is het ten koste van een enorme moeite aan berekeningen.

Als laatste punt geven we aan dat de Relativiteitstheorie verdacht weinig bewezen heeft, en wát bewezen is, blijft het enige fundament waarmee de theorie staat of valt: de voortschrijding van het perihelium van Mercurius wordt niet volledig verklaard door de klassieke wetten van Newton. Bij toepassing van de Relativiteitstheorie klopt de waargenomen afwijking van 43” perfect met de berekende waarde. Ook de afbuiging van het sterrenlicht vlakbij de zon wordt perfect uitgelegd door de Relativiteitstheorie. Wat is er mis met de Relativiteitstheorie ?

Oleg Jefimenko heeft een andere kijk op het probleem. Deze wetenschapper en professor aan de universiteit van West-Virginia heeft de suggestie van Heaviside^[4] uitgewerkt in een coherente Gravitatie theorie. Oliver Heaviside schreef analoge Maxwell vergelijkingen voor Gravitatie als deze voor het elektromagnetisme op, en onderzocht deze dieper. Inderdaad, de originele Maxwell vergelijkingen vormen een correcte beschrijving van elektromagnetische golven. Waarom zouden wij dit concept niet uittesten als model voor de gravitatie?

De jarenlange specialisatie van Oleg Jefimenko^[5] in het domein van het elektromagnetisme deed de oude suggestie van Heaviside herleven, en zo werd deze visie meer in detail geanalyseerd. Zo toonde hij aan dat niet alleen de Relativiteitstheorie de gevolgen van de eindige snelheid van het licht en dus de vertraging die ermee optreedt, kon analyseren. De fenomenen kunnen evengoed, indien niet beter beschreven worden via de Maxwell vergelijkingen. Bovendien de uiterst belangrijke vaststelling dat de uitbreiding van de wetten van Newton, mits toepassing van de analoge wetten van Maxwell, een volledige coherente gravitatie dynamica theorie bezorgt, is de uitwerking van de theorie voor de rest beperkt gebleven tot een aantal theoretische laboratorium toepassingen. Wel zeer interessant is de studie over al dan niet relativistische klokken. Jefimenko toont hier aan dat het relativistisch zijn van een klok afhangt van de samenstelling en de werkwijze van de klok, en dat relativistische klokken zoals (misschien) het atoom eerder een toeval is dan de regel. Dit wil dus zeggen dat klokken relativistisch maar ook niet-relativistisch van concept kunnen zijn. In het derde hoofdstuk zullen wij het over deze klokken hebben.

In mijn werk “*A coherent double vector field theory for Gravitation*”^[6] van 2003 heb ik een lange reeks van toepassingen op de kosmos kunnen aantonen, gebaseerd op de Maxwell vergelijkingen voor Gravitatie. We komen er straks op terug.

In het tweede hoofdstuk zullen we kennis maken met de Maxwell vergelijkingen voor Gravitatie. Deze theorie wordt dan in het derde hoofdstuk in het kader van de bevindingen van Jefimenko beschreven. Hij kon immers de gravitatie beschrijven als een totale dynamische theorie die de wetten van de dynamica integreren tot één theorie, wat tot dusver door niemand gelukt was.

Het vierde hoofdstuk behandelt wat door James A. Green ontdekt werd. De onwaarschijnlijke vaststelling die we zullen maken discrediteert de exactheid van de Relativiteitstheorie in hoge mate, en opent er een reeks vragen over. Tenslotte zullen wij een verbluffende vaststelling doen door de Maxwell vergelijkingen correct toe te passen op de voortgang van het perihelium van Mercurius.

2. De Maxwell analogie voor gravitatie: een kort overzicht.

Het elektromagnetisme is zeer goed gekend, en de vele studies daarover hebben elke dwaling uitgesloten, vooral dankzij de grote energieën die ermee gepaard gaan. Oliver Heaviside suggereerde de Maxwell analogie voor de gravitatie. Verscheidene wetenschappers hebben deze theorie verder bekeken, waarvan de belangrijkste Oleg Jefimenko is, die adembenemende conclusies heeft bereikt voor wat betreft de gravitatie theorie.

De deductie volgt uit de gravitatiewet van Newton, rekening houdend met de transversale krachten die uit de relatieve snelheid van massa's voortvloeien. De wetten kunnen in vergelijkingen (2.1) tot (2.6) hieronder worden uitgedrukt.

Formules (2.1) tot (2.6) hieronder vormen een coherente reeks vergelijkingen, gelijkaardig aan de Maxwell vergelijkingen. De elektrische lading wordt dan gesubstitueerd door massa, het magnetisch veld door *gyrotatie*, en de respectievelijke constanten worden eveneens gesubstitueerd (de gravitatieversnelling wordt geschreven als \mathbf{g} , het zogenaamde "gyrotatieveld" als $\mathbf{\Omega}$, en de universele gravitatieconstante als $G^{-1} = 4\pi \zeta$, waar G de "universele" gravitatieconstante is. Wij gebruiken teken \Leftarrow in plaats van $=$ omdat de rechterkant van de vergelijking de linkerkant veroorzaakt. Dit teken \Leftarrow zal worden gebruikt wanneer wij op de inductie eigenschap in de vergelijking willen aandringen. F is de veroorzaakte kracht, v de snelheid van massa m met dichtheid ρ .

$$\mathbf{F} \Leftarrow m (\mathbf{g} + \mathbf{v} \times \mathbf{\Omega}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{g} \Leftarrow \rho / \zeta \quad (2.2)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{\Omega} \Leftarrow \mathbf{j} / \zeta + \partial \mathbf{g} / \partial t \quad (2.3)$$

waar \mathbf{j} de massastroom doorheen een denkbeeldige oppervlakte is. De term $\partial \mathbf{g} / \partial t$ wordt toegevoegd om de zelfde redenen als Maxwell deed: de naleving van formule (2.3) met de vergelijking

$$\text{div } \mathbf{j} \Leftarrow - \partial \rho / \partial t \quad (2.4)$$

Er wordt ook verwacht dat: $\text{div } \mathbf{\Omega} \equiv \nabla \cdot \mathbf{\Omega} = 0$ (2.5)

en $\nabla \times \mathbf{g} \Leftarrow - \partial \mathbf{\Omega} / \partial t$ (2.6)

Alle toepassingen van het elektromagnetisme kunnen dan met voorzichtigheid op de gyrogravitatie worden toegepast. Ook is het mogelijk om van gyrogravitatiegolven te spreken met voortplantingssnelheid c .

$$c^2 = 1 / (\zeta \tau) \quad (2.7)$$

waarin $\tau = 4\pi G/c^2$.

De wetten van Maxwell worden niet altijd correct en volledig geïnterpreteerd. In het volgende deel bekijken we de door Oleg Jefimenko uitgewerkte wetten van Maxwell, met enkele verrassende resultaten.

3. De Maxwell analogie voor gravitatie bekeken door Oleg Jefimenko.

De veralgemening van de Maxwell analogie

De Maxwell vergelijkingen suggereren dat het mogelijk is van een inductie te bekomen tussen een elektrisch veld en een magnetisch veld en omgekeerd. Oleg Jefimenko wijst er terecht op dat steeds in gedachte gehouden moet worden dat slechts een bewegend geladen deeltje zoals het elektron uiteindelijk de oorzaak kan zijn van zulk een inductie en niet de velden op zich. Dit laat toe met de voeten op de grond te blijven en geen wilde speculaties te formuleren door zonder nadenken de Maxwell vergelijkingen te manipuleren: slechts ladingen kunnen deze velden opwekken. Naargelang de snelheid of eerder de versnelling constant is kunnen verschillende magnetische of elektrische velden opgewekt worden. Hetzelfde gebeurt met massa's. Gravitatievelden werken analoog aan elektrische velden en *gyrotatievelden* werken analoog aan magnetische velden. Beide velden worden opgewekt door stilstaande, éénparig bewegende, of versnellende velden.

De Maxwell Analogie vormt een coherente gravitatie theorie

Zoals bij de Maxwell vergelijkingen zijn energie, krachten, impulsmoment en draaimoment volledig coherent op elkaar ingestemd, en onderling afleidbaar door pure wiskundige manipulatie. Dit was met de wetten van Newton niet mogelijk.

Relativistische en niet-relativistische klokken

Jefimenko beschrijft een aantal relativistische klokken die trager gaan lopen wanneer ze voortbewegen. Zo bijvoorbeeld de negatief geladen ring, voortbewegend met snelheid v in de x -richting, waarbinnen een positieve lading in oscilleert zoals voorgesteld in fig. 3.1.a. Ook de fig. 3.1.b. en c. zijn relativistisch.

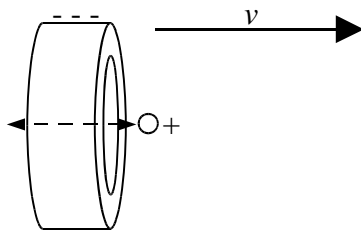


fig. 3.1.a

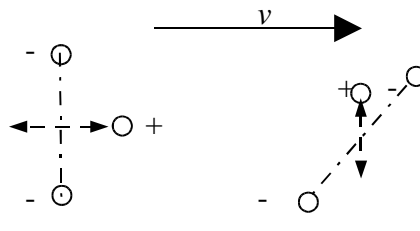


fig. 3.1.b

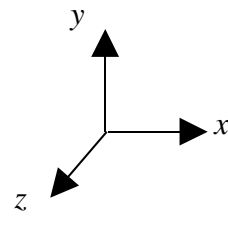


fig. 3.1.c

Deze drie klokken hebben een periode $T = T_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ en zijn dus relativistisch. Maar in de klokken van fig. 3.2.a. en fig. 3.2.b. zijn het niet. De positieve lading oscilleert in fig. 3.2.a. nabij negatieve ladingen die evenwijdig met de x -as geplaatst zijn. In fig. 3.2.b. zijn het twee negatieve ladingsstromen waartussen de positieve lading oscilleert.

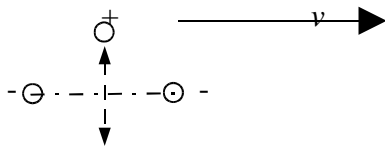


fig. 3.2.a

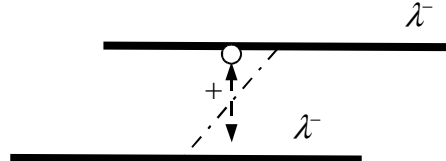
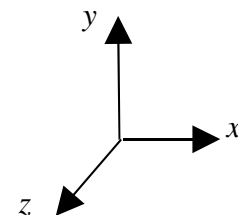


fig. 3.2.b



De klok in fig. 3.2.a heeft een periode $T = T_0 (1 - v^2/c^2)^{-5/4}$ wat niet de correcte relativistische vertraging geeft, en de klok in fig. 3.2.b heeft de niet-relativistische periode $T = T_0 (1 - v^2/c^2)^{-3/4}$.

Het soort van klok is bepalend voor diens vertraging. Dat een atoomklok zich (misschien) gedraagt zoals de Relativiteitstheorie het vraagt heeft bijgevolg te maken met de opbouw van dat atoom, maar is niet universeel geldig voor alle klokken.

In het volgend hoofdstuk zullen we een nog merkwaardiger vraagteken over de Algemene Relativiteitstheorie moeten stellen: een coëfficiënt probleem.

4. De Maxwell analogie voor gravitatie bekeken door James A. Green.

De Relativiteitstheorie voor Gravitatie en de Maxwell analogie zijn bijna identiek

Niet alleen de specialisten in universiteiten of docenten zijn in staat om een nieuwe inbreng te vervullen. Dit wordt met dit hoofdstuk duidelijk gemaakt. James A. Green heeft met zelfstudie een aantal analyses gemaakt over de Relativiteitstheorie. Als ingenieur is hij eveneens geïnteresseerd in de werkbaarheid van theorieën, niet alleen in de theoretische beschouwingen ervan. Wat hij ontdekte is zeer verwonderlijk. Hij vertrok van de algemene wiskundige uitdrukking van de relativiteitstheorie, en brak deze af op de Post-Newtoniaanse tweede orde (de gebruikelijke afkorting is : PN2). Door deze uitdrukkingen verder uit te werken en in te vullen in Einstein's veldvergelijking bekwam hij :

$$c^2 = 4 / (\zeta \tau) \quad (4.1)$$

of, in gebruikelijke symbolen uit het elektromagnetisme geschreven : $c^2 = 4 / (\epsilon \mu)$

Green toonde verder aan dat de Post-Newtoniaanse tweede orde oplossing van de Relativiteitstheorie (dit is een tijds- en plaatsafhankelijke differentiaalvergelijking) in feite een bekende oplossing heeft: de uitgebreide tijdsafhankelijke Maxwell vergelijkingen, uitgedrukt in potentiaalvelden :

$$\square^2 \phi = \rho / \zeta \quad (4.2)$$

$$\square^2 \mathbf{A} = \tau \mathbf{j} \quad (4.3)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{g} = -\nabla \phi - \partial \mathbf{A} / \partial t \quad (4.5)$$

De coördinaten van deze potentiaalvelden zijn plaatselijk te nemen in tijd en plaats. De operator \square is de vier-coördinaten vector bestaande uit de drie-coördinaten operator ∇ in de plaats x, y, z en als vierde coördinaat de negatieve partiële tijdsafgeleide $-\partial / \partial t$. Voor massa's met lage snelheden en in geval van stationaire toestanden zijn bovenstaande vergelijkingen geldig, omdat niet met de tijdsvertraging van het veld rekening gehouden moet worden. Green vond dus deze vergelijkingen dewelke geassocieerd dienen te worden met Einstein's veldvergelijkingen, waarin c^2 blijkbaar vervangen moet worden door $4 (\zeta \tau)^{-1}$ wil men een equivalentie tussen beide theorieën (in gebruikelijke symbolen uit het elektromagnetisme geschreven : $c^2 = 4 (\epsilon \mu)^{-1}$).

De lichtsnelheid komt niet voort uit $c^2 = 4 (\epsilon \mu)^{-1}$

Bij verdere uitwerking van de vergelijkingen (4.2) tot (4.5) en bij invullen van (4.1) vindt Green een onmogelijkheid. De volgende uitdrukking wordt namelijk gevonden :

$$4 \operatorname{div} \mathbf{j} = - \partial \rho / \partial t \quad (4.6)$$

wat in tegenstrijd is met de continuïteitsvergelijking (2.4).

Hierdoor kan terecht gezegd worden dat de Algemene Relativiteitstheorie niet consistent is met zichzelf. En de inconsistentie is niet zomaar een afrondingsfout en vindt ook niet haar oorzaak in het afbreken van hogere ordes van een reeksontwikkeling. Het verschil is veel ingrijpender!

Een tweede bewijs wordt ook door Green aangebracht. De Lorentz ijking (die aan de basis ligt van conform geachte oplossingen voor de kosmos) voor de Relativiteitstheorie wordt gegeven door vergelijking :

$$c^2 \operatorname{div} \mathbf{A} = - \partial \phi / \partial t \quad (4.7)$$

Deze vergelijking brengt Green eveneens rechtsreeks tot (4.6).

Normaliter verwachten we voor de Maxwell vergelijkingen uiteraard vergelijking (2.7) om de lichtsnelheid vast te leggen. De Relativiteitstheorie kan misschien een zeer algemeen en interessant algemeen beeld geven van hoe het licht in het heelal in haar werk gaat, maar exact is ze dus zeker niet.

5. Algemene Relativiteitstheorie : een dubieuze ijking?

Eerder hebben we een stapje vergeten uit te leggen. De Algemene Relativiteitstheorie heeft controlepunten nodig. Een eerste controlegebied is dat bij niet-relativistische snelheden de theorie zich herleidt tot de theorie van Newton, althans bij benadering, en wanneer we over ons planetair stelsel praten. Een tweede controlegebied had de Lorentz ijking moeten zijn. Maar hierboven zagen we dat de Lorentz ijking geen juiste basis is om een theorie op te bouwen die volledig correct is. Nochtans wordt de juistheid van de theorie nagegaan bij twee meetbare fenomenen uit ons zonnestelsel: de voortgang van het perihelium van Mercurius en de afbuiging van sterrenlicht door de zon. We beschrijven eerst deze controlepunten, en trachten in het volgende hoofdstuk een verklaring te vinden en een oplossing van het probleem.

De voortschrijding van het perihelium van Mercurius.

Het is misschien niet toevallig dat de voortgang van het perihelium van Mercurius *de* referentie is voor Einstein om de Algemene Gravitatietheorie te verantwoorden. Inderdaad, de vraag stelt zich of Einstein het resultaat van de theorie gewoon heeft vergeleken met de gemeten waarden, of juist de theorie op de meting heeft afgestemd. In het laatste geval kunnen we spreken van een ijking. De astronomische meting van de voortgang ten gevolge van de Newtoniaanse invloed van de buitenste planeten op de voortgang van het perihelium wordt door Einstein geciteerd. Dit werd door Leverrier in 1859 berekend en door Newcomb in 1895 herberekend en verbeterd. De verklaarbare voortschrijdingen van het perihelium van Mercurius zijn te wijten aan :

1. de voortgang van de equinox die 5025" per eeuw verklaart;
2. de verstoring door de planeten voor een totaal van 526",7 per eeuw.

Onverklaarbaar tegenover de astronomische observatie is een overschot van 43" per eeuw.

Einstein^[1] vindt met behulp van de Relativiteitstheorie de voortgang δ in de vorm:

$$\delta = \frac{24 \pi^2 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)} \quad (5.1)$$

Met a de halve grote as van de elliptische baan van de planeet, T de periode, en e de excentriciteit van de elliptische baan. Deze waarden kunnen door astronomische waarneming gevonden worden, en Einstein bekomt

hiermee $\delta = 43''$. En met dit resultaat wordt een eerste bewijs geleverd, slechte tongen beweren de eerste ijking gerealiseerd voor de Algemene Relativiteitstheorie.

Maar om een kromme vrij nauwkeurig te kunnen definiëren heeft men nog minstens een derde ijkingspunt nodig. Het derde ijkingspunt vinden we in de afbuiging van het sterrenlicht door de zon.

De afbuiging van sterlicht dat langs de zon scheert.

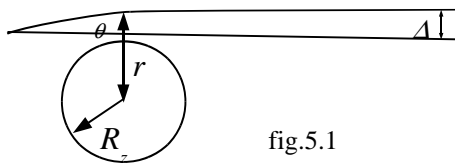


fig.5.1

Wanneer een lichtstraal dichtbij de zon scheert wordt zij aangetrokken wegens de aantrekking van beide massa's. Deze werd in 1911 door Einstein gegeven als

$\theta_N = 0,875'' R_z/r$ wat precies dezelfde waarde was als de Newton berekening, en fout is. Na de een aantal mislukte pogingen tussen 1911 en 1914 om de afbuiging te meten (er wordt beweerd dat er geen resultaten bekend waren) bracht Einstein in 1915 de

Algemene Relativiteitstheorie uit die het dubbele van de hoek volgens Newton gaf:

$\theta_E = 1,75'' R_z/r$. Observatie is moeilijk wegens de felle zonnestraling, maar bij totale zonsverduisteringen vindt men een waarde die zich dichtbij de waarde θ_E bevindt. Met radiogolven kan heel het jaar gemeten worden, en de waarde wordt bevestigd voor de polen van de zon^[7]. Wel werd waargenomen dat de afbuiging lichtjes afwijkt van θ_E naarmate de stralen dichter bij het evenaar niveau langs scheren, terwijl de Relativiteitstheorie dit niet uitlegt. Bovendien worden geen eenduidige resultaten gevonden.

Bespreking

We zien dus dat de foutieve Lorentz ijking tóch een juiste oplossing vindt voor het perihelium probleem van Mercurius en voor de afbuiging door de zon. Het is alsof twee krommen, bepaald door een ijkingsasymptoot (de

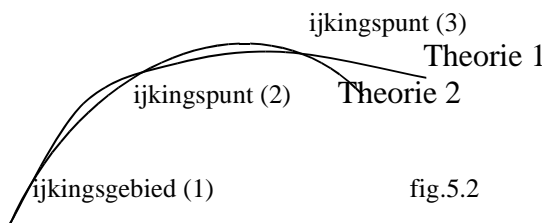


fig.5.2

theorie van Newton) en twee ijkingspunten (Mercurius' perihelium voortgang en afbuiging van het licht) ontstaan zijn. Al kunnen meerdere theorieën vrij gelijklopend zijn, één theorie zal meer krediet verdienen dan de andere. De vraag is alleen: dewelke? Hiervoor moeten we dus bij voorkeur trachten te vinden wat de meest logische weg is: de Maxwell Analogie of Algemene Relativiteitstheorie. Alleen kunnen we de ene

theorie slechts verwerpen indien de andere theorie alles inderdaad verklaart. Hoever brengt ons de verklaringen van de Maxwell Analogie? Zullen we met deze laatste in staat zijn meer controlegebieden en -punten te vinden?

6. Vergelijking met de Maxwell analogie.

De voortschrijding van het perihelium van Mercurius en ons Melkwegstelsel.

Om een eenvoudige vergelijking te maken over de voortschrijding van Mercurius' perihelium kunnen we (5.1) beter anders schrijven. In vergelijking (5.1) werd de oplossing (of de ijking) van Einstein neergeschreven. Nu geldt voor elliptische banen steeds

$$T^2 = \frac{4 \pi^2 a^3}{G M} \quad (\text{Kepler}), \quad (6.1)$$

$$\text{zodat} \quad \delta = \frac{6 G M}{a c^2 (1-e^2)} \quad (6.2)$$

De plaatselijke omwentelingssnelheid voor elliptische banen wordt gevonden uit

$$v^2 = G M \left\{ (2/a) - (1/r) \right\} \quad (6.3)$$

waarin r de afstand is van het brandpunt (waarin de zon ligt) en de plaats op de ellips die beschouwd wordt.

Nu is voor een kleine excentriciteit e^2 verwaarloosbaar, en dan is de omwentelingssnelheid nagenoeg constant en wordt gevonden uit (6.3) door $a = r$ te stellen.

$$\text{Dan wordt} \quad \delta = 6 v^2 / c^2 \quad (6.4)$$

Deze grootte δ is een extra afwijking op Newton gravitatie. Het totaal bedrag is dus $(1 + \delta)$. Wanneer we dit toepassen op de gravitatiekracht F bekomen we :

$$-F = G \frac{M M'}{r^2} + 6 G \frac{M M' v^2}{c^2 r^2} \quad (6.5)$$

Dit is dus het resultaat van de Relativiteitstheorie waarin v de baanomwentelingssnelheid van Mercurius is.

Bekijken we nu welke uitkomst bekomen wordt met de Maxwell Analogie. Gebaseerd op de theorie van Heaviside vond Jefimenko dat een massa die tegenover een waarnemer beweegt, een extra kracht ondervindt. (James A. Green tracht het fenomeen uit te leggen via de tijdsvertraging van gravitatiegolven, hetwelk een verkeerde aanpak is voor stationaire systemen). Een bewegende massa induceert een veld analoog aan het magnetisch veld in het elektromagnetisme. Heaviside bekijkt dit geïnduceerd veld echter in functie van de waarnemer.

De visie van Heaviside en van Jefimenko moet wel gecorrigeerd worden. In mijn werk [6] heb ik uitgelegd hoe belangrijk het is de Plaatselijke Absolute Snelheid vast te leggen. Wanneer we de vergelijkingen van de Maxwell Analogie willen toepassen op bewegende voorwerpen, dient het gravitatieveld tegenover hetwelk die snelheid gemeten wordt gekend te zijn, geldend als *de* referentie. Het is geen kwestie van het *definiëren van de waarnemer* zoals bij de Relativiteitstheorie, maar wél van het *definiëren van het "plaatselijk stilstaand gravitatieveld"*. Slechts gravitatievelden kunnen als "lokaal stilstaande" referenties gezien worden.

Voor Mercurius moeten we rekening houden met de plaatselijke stilstaande gravitatie waarin Mercurius baadt. De "stilstaande" gravitatie van de zon kan een referentieveld zijn waarmee het gravitatieveld van Mercurius in "interferentie" treedt om zo een veld te creëren gelijkend op een magnetisch veld, *gyrotatieveld* genoemd. Dit is alleen mogelijk indien de zon zelf rechtlijnig beweegt, op zichzelf roteert, of in een omwentelingsbaan gevangen zit.

Al gauw kunnen we vaststellen^[5] dat de *spin* van de zon nagenoeg zonder betekenis is voor het fenomeen. Een omwentelingssnelheid van 26 dagen om de eigen as is niet voldoende om waarneembaar te zijn in secundaire effecten.

De zon heeft echter een andere beweging. In mijn werk [6] heb ik berekend dat alle sterren van ons melkwegstelsel zich voortbewegen met een snelheid van ruwweg 240 km/s, uitgaande van de Maxwell Analogie. Dit werd gebaseerd op een melkwegstelsel waarvan de centrale verdikking geschat werd op 10% van de totale massa en met een diameter van het centrale bolvormig deel van 10000 lichtjaren. Via literatuur vindt men sterk uiteenlopende massa's hiervoor, wat exacte berekeningen moeilijk maakt.

Momenteel schat men de snelheid v_1 van de zon tussen 220 en 250 km/s, wat nauw aansluit met onze ruwe berekening.

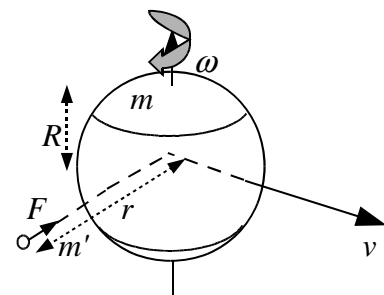


fig.6.1

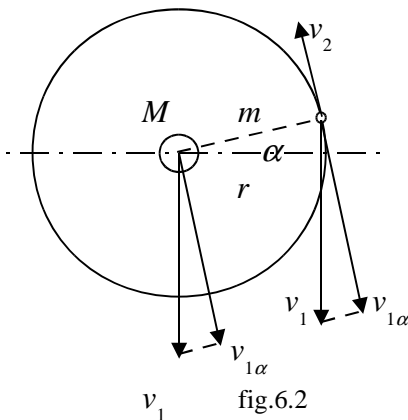
Het gravitatieveld kan dan wel zwak lijken omdat de eerste ster zich op enkele lichtjaren van onze zon bevindt, toch kan het zwakke veld een voldoende grote rol spelen om de zon te verplichten om in 220 miljoen jaar tijd een omwenteling rond het centrum van ons melkwegstelsel te maken.

Voortbouwend op het werk van Jefimenko, blijkt een eigenschap van eenparig bewegende bolvormige massa's in een lokaal gravitatieveld te zijn dat een extra kracht uitoefent wordt op elke massa, loodrecht gelegen op de bewegingsrichting. Als we een willekeurige dunne ring van de bol afzonderen in een vlak, loodrecht op de rotatievector ω , gaat de eenparige beweging v in een gravitatieveld gepaard met een extra kracht F op massa m' die loodrecht staat op ω en v , en gelijk is aan

$$-F = G \frac{m m'}{2 r^2 c^2} v^2 \quad (6.6)$$

Bovendien zal de massa m onder de rotatievector ω werken als een dipool en op massa m' een supplementaire kracht uitoefenen gelijk aan

$$-F = G \frac{m m' \omega R^2}{5 r^3 c^2} v \quad (6.7)$$



(zie vergelijking (4.2) in [6] voor de basis van de berekening)

In fig. 6.2 wordt de zon met massa M en straal R beschouwd op een gemiddelde afstand r van Mercurius die massa m heeft, en zich op een bepaald ogenblik onder hoek α bevindt tegenover de aslijn doorheen het centrum van het melkwegstelsel. We benaderen opnieuw de ellipsvormige baan door een circulaire.

De volledige set krachten zijn aantrekkingskrachten : de wet van Newton, de kracht voortkomend uit de eenparige beweging v_1 , en deze van de spin ω van de zon. Onder hoek α ondervindt Mercurius dus volgende krachten door de zon :

$$-F_{\alpha} = G \frac{m M}{r^2} + G \frac{m M}{2 r^2 c^2} v_1^2 \cos^2 \alpha + G \frac{m M \omega a^2}{5 r^3 c^2} v_1 \cos \alpha \quad (6.8)$$

De eerste term komt overeen met de wet van Newton. Zoals eerder reeds opgemerkt is de laatste term (gyrotatie) te verwaarlozen, wegens de trage spin van de zon. De tweede term interesseert ons echter bijzonder.

Wanneer we weten dat Mercurius met een gemiddelde snelheid v_2 gelijk aan 47,9 km/s in haar baan draait, en de zon met een geschatte snelheid v_1 gelijk aan 235 km/s in het melkwegstelsel, wil dat zeggen dat uitgedrukt in v_2 , we kunnen schrijven dat $v_1^2 = 24 v_2^2$. De tweede term kan dus geschreven worden als :

$$-F_{\alpha 2} = 12 G \frac{m M}{r^2 c^2} v_2^2 \cos^2 \alpha \quad (6.9)$$

Als we dit integreren over α van $-\pi/2$ tot $+\pi/2$ hebben we de helft van het effect. Dit resultaat verdubbelen en delen door 2π geeft ons we het gemiddelde over de gehele omtrek :

$$-F_2 = 6 G \frac{m M}{r^2 c^2} v_2^2 \quad (6.10)$$

Zodat we bekomen :

$$\delta = 6 v_2^2 / c^2$$

Dit resultaat, bekomen met behulp van de Maxwell Analogie, is precies evenveel als hetwelk met behulp van de Relativiteitstheorie bekomen werd.

Uiteraard hebben we v_1 bewust gelijk aan 235 km/s gekozen, precies om het beoogde resultaat te bekomen. In feite moeten we de werkelijke snelheid v_1 waarschijnlijk iets lager kiezen, maar ook het resultaat voor δ enkele boogseconden corrigeren vanwege de invloed van de andere planeten. Deze oefenen immers eveneens de drie beschreven krachten uit op Mercurius, waarvan deze met betrekking tot de baansnelheid de belangrijkste is na deze van Newton. Leverrier heeft indertijd uiteraard slechts met de Newtonkrachten rekening kunnen houden. We gaan hier niet op in, maar de eerste stap is in ieder geval gezet.

De afbuiging van sterlicht langs de zon scherend.

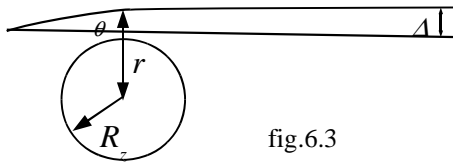


fig.6.3

Wanneer licht langs de zon scheert vinden we met de Maxwell Analogie opnieuw verschillende krachten, maar andere krachten dan deze van (6.8). Vermits de rustmassa van lichtgolven nul is mogen we *de gravitatiekracht van Newton niet meerekenen!*

Slechts een massa op snelheid c moet in rekening genomen worden, en die is onderhevig aan de gyrotatiekracht. Jefimenko

berekent de gyrotatie van een massastroom met straal a en dichtheid ρ op een afstand r , loodrecht gemeten op de massastroom.

$$\Omega = -G \frac{2\pi\rho a^2}{r^2 c^2} v \quad (6.11)$$

Voor licht geldt $c=v$, en de massa per lengte-eenheid $\underline{m} = \pi \rho a^2$.

$$\Omega = -G \frac{2\underline{m}}{r^2 c} \quad (6.12)$$

Met (2.1) waarin we $g=0$ zetten, vinden we de kracht per lengte-eenheid :

$$\underline{F}_\Omega = -G \frac{2\underline{m}M}{r^2} \quad (6.13)$$

Dit geldt uiteraard voor elke lengte van de lichtstraal.

De kracht, voortgebracht door v_1 , wat de omwentelingssnelheid van de zon in ons Melkwegstelsel voorstelt, wordt door de tweede term van (6.8) gegeven. De hoek ϕ is de hoek tussen de lichtstraal en de evenaar van ons Melkwegstelsel.

Als laatste kracht hebben we die van (6.7), waarvan de grootte van de eigenrotatie van de zon afhangt, en uiteraard van de breedtegraad ϕ waarlangs de lichtstraal passeert. De zon heeft eigenlijk een *differentiële* eigenrotatie, afhankelijk van de breedtegraad: de polen roteren 30% trager dan de evenaar. Indien we aannemen dat tegenover de zon, de snelheid van het voorbij scherende sterlicht de constante c is, mag men de snelheid $v_1 \cos \alpha$ uit fig.6.2. in de term niet meerekenen.

De laatste term van (6.14) komt van (6.7) waar $R = r$ en $v = c$. De hoek θ is de hoek tussen de lichtstraal en de evenaar van de zon. De formule werd uiteraard aangepast aan de symbolen die hier gebruikt werden.

De totale kracht wordt zo:

$$-F_{\varphi,\alpha,\phi,\theta} = G \frac{2mM}{r^2} + G \frac{mM}{2r^2c^2} v_1^2 \cos^2\alpha \cos^2\phi + G \frac{mM\omega_\varphi}{5rc} \cos\phi \cos\theta \quad (6.14)$$

De afbuiging over de polen is daarom exact het dubbele van de berekening volgens Newton, maar bovendien is er een extra buiging afhankelijk van de positie van de aarde tegenover de zon en tegenover het Melkwegstelsel, en een extra buiging afhankelijk van de breedtegraad van de zon waarlangs de lichtstraal scheert. De laatste term is positief (aantrekkingsbuiging) aan de linkerzijde van de zon en negatief (afstotende buiging) aan de rechterzijde, wegens de eigenrotatie van de zon.

7. Was de periode van de Relativiteitstheorie vruchtbaar?

Zowat een eeuw geleden werden van twee concurrerende theorieën er één opzij gezet: de exacte theorie moest eraan geloven tegenover een vervalste ! Hoe is het zover kunnen komen?

Er waren drie elementen gekend waaraan de theorie moest voldoen: de Newton limiet, de afbuiging van het licht en de voortgang van Mercurius' perihelium. En bovendien moest de theorie een oplossing bieden voor de paradox van de Lorentz invariantie. Aan deze invariantie werd door de proef van Michelson-Morley zelfs een fysische dimensie gegeven (Lorentz contractie).

De Relativiteitstheorie kon al die elementen samenbrengen tot een ogenschijnlijk juiste theorie. En meer dan waarschijnlijk wist zelfs Einstein dat met de Maxwell Analogie de voortgang van Mercurius' perihelium niet verklaard kon worden. Dit om de eenvoudige reden dat van ons Melkwegstelsel nagenoeg niets bekend was. En anderzijds werd de stap naar het Relativiteitsprincipe nog eenvoudiger wegens het (verkeerde) principe van Heaviside dat de waarnemer en niet het gravitatieveld als *de* referentie aanzien moest worden voor de berekeningen.

Zo ontstond de theorie van Einstein, die alle elementen verenigde, en bovendien in een vorm gegoten werd die nagenoeg alle sporen van de Maxwell Analogie wegwiste: een "gekromde ruimte" met een aangepaste soort wiskunde.

Maar toch werd er iets over het hoofd gezien: de voortplantingssnelheid van het licht die door confrontatie van de Analoge Maxwell Theorie met de Relativiteitstheorie bekomen wordt is fout. Die éne ultieme ontdekking doet de Relativiteitstheorie de das om.

Maar toch is het verwonderlijk dat die ontdekking van James A. Green, alsook de vele publicaties van anderen, schijnbaar genegeerd wordt door de voorstanders van de Relativiteitstheorie die de gevestigde autoriteit vertegenwoordigen. Waarom zou dit zo zijn? Ten eerste is de theorie zeer beknopt en uitgedrukt als een differentiaalvergelijking. Ze is ook zeer algemeen, en na de gepaste ijking laat ze elke wiskundig juiste oplossing toe als een mogelijke situatie in de werkelijkheid, zelfs al hebben we ze nog niet ontdekt met onze waarnemingstoestellen. Dit maakt op fabuleuze wijze de baan vrij voor voorspellingen, wat door de wetenschap van kapitaal belang is. De hoofdreden voor het negeren van de Analoge Maxwell Theorie is waarschijnlijk ook dat op wereldschaal er een heel leger van wetenschappers uitgegroeid is uit de "Relativiteitsscholen", bijna zoals nieuwe godsdiensten ooit ontstonden en uitgroeiden. Eens ontstaan zijn ze nog moeilijk te vervangen.

Kort na de Eerste Wereldoorlog waren al belangrijke oplossingen berekend met de theorie. Bijvoorbeeld werden zwarte gaten en wormgaten voorspeld voordat er enige indicatie van hun bestaan bestond. Nu wordt hun bestaan aangenomen, terwijl het bestaan van niet-roterende zwarte gaten noch wormgaten ooit aangetoond is. Inmiddels zijn wel roterende zwarte gaten gevonden, die echter niet door de theorie beschreven konden worden, tenzij na introductie van een uitbreiding ervan.

In die zin heeft de Relativiteitstheorie er ondanks alles toe bijgedragen haar tijd ver vooruit te zijn. Zij liet het heelal ook op een originele en nieuwe manier zien: een gekromd heelal, waar noch de tijd, noch de afstand, noch de massa absolute waarden heeft, maar verschillend zijn voor elke waarnemer, en bovendien geen illusie zouden zijn maar ook zo in realiteit. Ook de kosmologie ging ermee vooruit, door na te denken over de vorm en de (on)eindigheid van het heelal.

Maar mettertijd begint deze aanpak een handicap te vormen voor de Relativiteitstheorie: de berekeningen worden hoe langer hoe moeilijker. En het is twijfelachtig dat de ruimte werkelijk gekromd is, dat massa en tijd écht vergroten met de snelheid, en de lengten tegelijk verkleinen. Oleg Jefimenko, James A. Green en vele anderen tonen mooi aan dat ook via de klassieke fysica alle fenomenen, en veel meer, verklaard kunnen worden. Hoe kan het ook anders na wat we hier ontdekten !

We zagen reeds enkele zaken die Jefimenko en Green aangetoond hebben. Jefimenko toonde ook het verwantschap aan tussen beide theorieën, en breidde de Maxwell Analogie uit voor niet-statische en niet-lineaire gevallen. Green toonde met behulp van de Maxwell Analogie meerdere fenomenen op atomaire schaal aan. Ikzelf toonde in [6] aan dat de snelheid van sterren in vlakke melkwegstelsels voldoen aan de wetten van Kepler, en dat *donkere massa* een fabel is. Verder, dat sommige snel roterende sterren niet volledig kunnen uiteenspannen, en de massa uitstoot van supernova bepaalde vormen moet aannemen. De torus vorm van roterende zwarte gaten werd besproken, en de reden van de zeer smalle ringen van Saturnus aangetoond in “Cassini-Huygens Mission”^[7].

8. Besluit: Speelde Einstein vals?

We bewezen de geldigheid van de Maxwell Analogie zowel voor het voortschrijden van het perihelium van Mercurius als voor het sterlicht dat voorbij de zon scheert. Nu blijft de vraag: wist Einstein dat hij een fout maakte bij het definiëren van zijn theorie ? Speelde Einstein vals ? Achteraf gezien lijkt het inderdaad vreemd dat Einstein erin slaagde, schijnbaar zonder veel kronkels, enkele eenvoudige vergelijkingen neer te zetten, zij het via een vreemd soort wiskunde voor die tijd, en bovendien weinig verspreid.

Anderzijds moest Einstein ook geweten hebben dat het Mercurius probleem niet oplosbaar was gebruik makend van de Maxwell Analogie en op basis van de toen gekende metingen. Een aangepaste kalibratie van de Relativiteitstheorie vond daardoor plaats (Einstein’s veldvergelijkingen werden namelijk uit de genaamde Einstein-Hilbert actie afgeleid voor een ruimte, uitgebreid met de genaamde Lagrange vergelijking, nodig voor de definitie van massa in die ruimte. Einstein moest tevens een factor k definiëren als $k^{-1} = 16 \pi G c^{-4}$. Uiteindelijk breidde Cartan de theorie uit voor roterende objecten.)

Ten laatste tussen 1911 en 1914 moet Einstein geweten hebben dat de lichtbuiging langs de zon eerder het dubbele was dan deze uit de Newton berekening. Viel Einstein intuïtief op de goed ogende vergelijking ? Was het nieuw soort wiskunde nodig om de afstand tot de Maxwell Analogie te vergroten en om de kalibratie ermee te doen verzoenen ?

Wellicht moeten we Einstein niet te snel beoordelen. Al kan het zijn dat Einstein dankzij enige convergentie berekeningen op dat “goede” spoor geraakte, bewust vals spelen is nog iets anders. De hoofdzaak om het spoor dat Einstein volgde te realiseren was de noodzaak om de lengte contractie (en dus ook van de tijd) in de theorie te vervatten, en de onmogelijkheid om via de Maxwell Analogie verder te bouwen wegens het Mercurius probleem. De glorie die Einstein’s theorie opwekte was onder andere te danken aan de plotse openbaring, na meer dan tien jaar of inventief en intuïtief werk, van een theorie met een nieuw wiskundig inzicht, origineel en algemeen, en dewelke extrapolaties tot de kosmologie toeliet.

En de verwachting is groot dat beide concurrerende theorieën misschien nog tientallen jaren parallel zullen blijven bestaan.

9. Referenties en interessante lectuur.

1. Einstein, A., 1916, Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie.
2. Feynman, Leighton, Sands, 1963, Feynman Lectures on Physics Vol 2.
3. Green, J. A., 2002, Gravitation & the Electroform Model: From General Relativity to Unified Field Theory.
4. Heaviside, O., A gravitational and electromagnetic Analogy, Part I, The Electrician, 31, 281-282 (1893)

5. Jefimenko, O., 1991, Causality, Electromagnetic Induction, and Gravitation, (Electret Scientific , 2000).
6. De Mees, T., 2003, [A coherent double vector field theory for Gravitation](#).
7. De Mees, T., 2004, [Cassini-Huygens Mission](#).
8. www.maths.com