the general science journal

DISCUSSIONE SU ALCUNI PUNTI DELLA TEORIA DELLA

RELATIVITÀ

RISTRETTA

CH-6877 Coldrerio, agosto 2005 Franco Crivelli

Ultimo aggiornamento/modifiche: 16 giugno 2006

INDICE

1 *Introduzione*

Tutte le volte che mi imbatto nella TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA ho grossi problemi ad accettarla. Mi sono quindi messo ad analizzare un po' da vicino alcune formule di questa teoria, fino a dove le mie capacità me lo consentono, ed in certi casi direi che solo usando la matematica elementare si arriva a sconfessare certe formule molto famose. Se così non è, l'eventuale lettore dovrà indicarmi dove ho commesso degli errori nei passaggi matematici che seguono nella "discussione".
Verso la fine di questi appunti, mi sono permesso di proporre una "teoria" per spiegare il famoso esperimento di Michelson-Morley, senza usare le formule di trasformazione di Lorentz.
Ricordo che per secoli si è supposto che il Sole girasse attorno alla Terra, sviluppando delle formule per calcolare l'orbita dei pianeti che davano ragione a questa supposizione.
Con Copernico si è però messo il Sole a posto che gli spettava e sono state sviluppate altre formule che calcolano sempre correttamente l'orbita dei pianeti.
Con questo vorrei dire che se certi effetti realmente constatati possono essere spiegati con la teoria della Relatività Ristretta, ciò non esclude che anche un'altra teoria potrebbe spiegare altrettanto bene i medesimi fenomeni.

2 *Formule di trasformazione di Lorentz secondo [1]*

Per questo capitolo faccio riferimento ad alcuni passaggi del libro "ELEVEREMO QUESTA CONGETTURA … Percorso storico verso la teoria della Relatività Ristretta" che non è altro che la traduzione in italiano del famoso articolo di Einstein "Zur Elektrodynamik bewegter Körper". Le citazioni e le formule sono quelle del libro, ma si trovano le stesse nell'articolo originale, beninteso con una numerazione delle pagine differenti. La parte di articolo interessato si trova negli Annalen der Physik un Chemie, del 1905, alle pagine da 891 a 907.

Qui di seguito uso i simboli più convenzionali S per K, S' per k, t' per τ, x' per ξ, y' per η e z' per ζ e quindi per x' delle formule di Einstein uso x_c.

Nei vari passaggi per derivare le formule di trasformazione si trovano:

pag. 48 $x_c = x - vt$

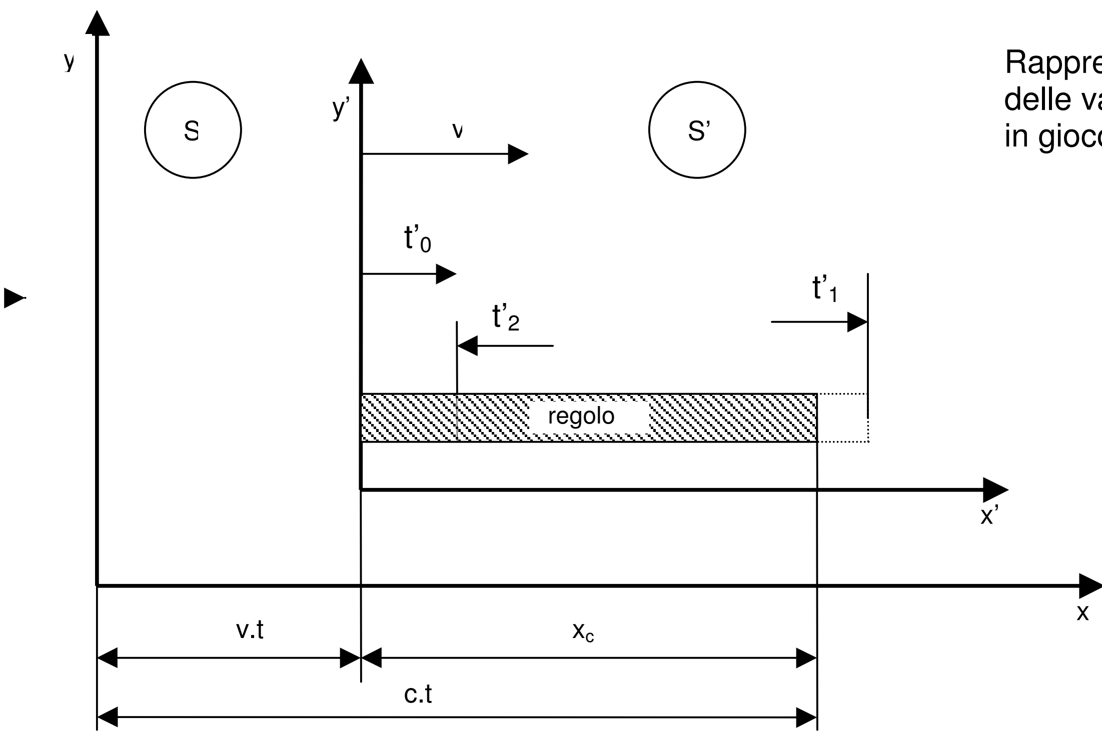
pag. 50 $x_c = ct - vt$

pag. 54 $x = vt$

questo sistema d'equazioni, con c e t conosciuti, ha come soluzione $x_c = 0$; $x = ct$; $v = c$

introducendo questi valori nelle formule di pag. 53 si ottiene:

<u>t' = 0/0 indeterminato; x' = 0/0 indeterminato; y' = y; z' = z</u>



Rappresentazione delle varie grandezze in gioco

anche non essendo così drastici si può esaminare la formula a pag. 54 in basso:

$t' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.\left(t - vx/c^2\right)$ e $x = vt$ (la stessa formula la si trova anche a pag. 60 di [2])

da cui si ottiene $t' = t.\sqrt{1 - v^2/c^2}$

Ma usando la formula di pag. 53, $x' = \beta.(x - vt)$ con $x = vt$ si ottiene x' = 0 e quindi usando la formula in basso a pag. 51, $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

con y' = 0 e z' = 0 (che è una variante possibile) si ottiene $c = x'/t' = 0$!!!

3 *Perplessità sullo sviluppo delle formule da parte di Einstein [1]*

a pag. 50 trovo la formula $t' = a\left(t - \frac{v}{c^2 - v^2}.x_c\right)$ dove $a = \varphi(v)$ a pag. 53 $\varphi(v) = 1 \Rightarrow a = 1$

a pag. 53 $t' = \beta\left(t - vx/c^2\right)$ e $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ e a pag. 48 $x_c = x - vt$

quindi:

$$\beta\left(t - vx/c^2\right) = t - \frac{v}{c^2 - v^2}.x_c$$

$\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}\left(t - vx/c^2\right) = t - \frac{v}{c^2 - v^2}.(x - vt)$ e dopo semplificazione si ottiene

$ct\sqrt{c^2 - v^2} - (vx/c).\sqrt{c^2 - v^2} = c^2 t - vx$ dove si vede che per avere l'uguaglianza bisogna moltiplicare il membro di sinistra per β. Questa mancanza appare anche se si segue lo sviluppo delle formule da pag. 50 a pag. 51.

Per esempio passando dalla formula in alto a pag. 51 $y' = a\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}.y$ a $y' = \varphi(v).y$ dove $a = \varphi(v)$ vedi pag. 50 [e $\varphi(v) = 1$ vedi pag. 53] non si capisce dove è andato a finire il fattore $\beta = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

Come primo passo per la derivazione delle formule che compaiono poi a pag. 53 si dice che "Dall'origine del sistema S' sia emesso un raggio di luce lungo l'asse x verso x_c , …" È chiaro quindi che non si avrà nessuna componente di *c* nelle direzioni degli assi y e z. Pertanto una indicazione del tempo necessario per percorrere la distanza y, come viene indicato nella formula $\frac{y}{\sqrt{c^2 - v^2}} = t$ di pag. 50 è priva di senso.

Prendendo <u>la base di partenza per lo sviluppo delle equazioni di trasformazione</u> di Lorentz di pag. 49 compaiono per la velocità della luce i "valori" *c*-v , *c*+v e $\sqrt{c^2 - v^2}$ dove si dice anche: "e utilizzando il principio di costanza della velocità della luce nel sistema stazionario"

In [2], da pag. 21 in avanti, si usano questi "valori" della velocità della luce per spiegare l'esperimento di Michelson-Morley, per poi concludere, a pag. 26, che un simile ragionamento non può essere usato e che la velocità della luce è sempre la stessa , cioè *c*, per tutte le direzioni e non | ***c*** + **v** | (valore assoluto della somma vettoriale di *c* e della velocità *v* del sistema di riferimento in moto (rispetto a ?)).
In [3], a pag. 340 si dice: "3. La velocità della luce nel vuoto è indipendente dal sistema di riferimento da cui viene osservata: se la velocità di un segnale luminoso in un sistema di

riferimento Galileiano è c = 2,99733 x 10^{10} cm/sec, sarà ancora c, e non c + V (o c – V), in un secondo sistema Galileiano che si muova, nella stessa direzione del segnale, con velocità V rispetto al primo sistema di riferimento.”

Anche in [4] a pag. 498 si dice “… il risultato negativo si può facilmente prevedere, dato che la velocità della luce è c per tutti i percorsi. Il moto della terra attorno al sole e la rotazione di 90° dell’interferometro non influenzano, in base all’ipotesi di Einstein, la velocità della luce nell’interferometro. “

Perché per sviluppare le equazioni di trasformazione di Lorentz questi “valori” di c vanno bene mentre che per spiegare l’esperimento di Michelson-Morley non sono utilizzabili ? Non è la stessa cosa ?

4 *Misura dei tempi con emissione di raggi di luce*

Alle pag. 46 e 47 di [1] viene descritta la sottostante esperienza:
“Immaginiamo ora che l’asse del regolo giaccia lungo l’asse x del sistema di coordinate stazionario e che ad esso sia impartito un movimento traslatorio uniforme, parallelamente all’asse x, con velocità v, nel verso delle x crescenti. …”
“Immaginiamo inoltre che alle due estremità A e B del regolo siano posti degli orologi …”
“Immaginiamo inoltre che insieme a ciascun orologio si trovi un osservatore in moto, e che questi osservatori applichino ad entrambi gli orologi il criterio stabilito nel paragrafo 1 per la sincronizzazione dei due orologi. Un raggio di luce parta da A al tempo t_A, sia riflesso in B al tempo t_B, e raggiunga di nuovo A al tempo t'_A. Tenendo in considerazione il principio della costanza della velocità della luce, troviamo che

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{c - v} \qquad\qquad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

dove r_{AB} indica la lunghezza del regolo in moto …”

Alle pag. 48 e 49 viene descritta un’altra esperienza:
“Sia ora impressa all’origine di uno dei due sistemi (k) una velocità (costante) v, nella direzione delle x crescenti dell’altro sistema stazionario (K) e questa velocità sia pure comunicata agli assi coordinati, …”
“A tal fine dobbiamo esprimere con equazioni il fatto che τ non è altro che l’insieme delle informazioni degli orologi in quiete nel sistema k, che sono stati sincronizzati secondo la regola data nel paragrafo 1. Dall’origine del sistema k sia emesso un raggio di luce lungo l’asse X, verso x', al tempo τ_0, poi al tempo τ_1 sia riflesso verso l’origine delle coordinate giungendovi al tempo τ_2; in tal modo deve essere

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1$$

oppure, introducendo gli argomenti della funzione τ e utilizzando …”

Le due esperienze non sono uguali ?
Quindi usando per quest’ultima formula i simboli già usati sopra avrò:

$$\frac{1}{2}(t_A + t'_A) = t_B \qquad \Rightarrow \qquad t_A + t'_A = 2t_B \qquad (4.1)$$

e, con le formule di pag. 47, sostituendo r_{AB} con r :

$$t_B - t_A = \frac{r}{c-v} \qquad (4.2) \qquad e \qquad t'_A - t_B = \frac{r}{c+v} \qquad (4.3)$$

$$-(-t_B + t'_A = \frac{r}{c+v})$$

$$2t_B - t_A - t'_A = \frac{r}{c-v} - \frac{r}{c+v} \qquad (4.2) – (4.3)$$

$(t_A + t'_A) + \frac{2rv}{c^2 - v^2} = 2t_B$ che chiaramente non è uguale alla (4.1) qui sopra.

5 *Formule di trasformazione di Lorentz secondo [2]*

A pag. 58 ad un certo momento dei passaggi per derivare le formule di trasformazione di Lorentz compare la formula x = v.t . Questo x non è lo stesso che quello della formula (2-4) $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ perché ponendo in quest'ultima le condizioni y = 0 e z = 0 si ottiene x = *c*.t . La sola condizione affinché si tratti della medesima coordinata x è quella di porre *c* = v (dato che t è il medesimo).
Se ne deduce quindi che a partire da un certo punto il procedimento per derivare le formule di Lorentz non è più corretto.
Se ammetto, come appena dimostrato, che con la condizione x = v.t segue obbligatoriamente anche v = c, quindi x = c.t, e sostituisco quest'ultime nelle formule (2-7) ottengo:
x' = 0 / 0 quindi indeterminata, e così anche t' = 0 / 0 pure indeterminata.

Altra considerazione:

$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ da $t = \frac{1}{c}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

e di conseguenza x' e t' sono funzione di una sola variabile x o t a scelta. x e t sono infatti "legate" tra di loro perché scegliendone una, con *c*, y e z noti, l'altro valore è determinato.

Esempio: con *c* = 8 m/s, v = 3 m/s e z = 0

x	y	t arbitrario		x'	y'	$\sqrt{x'^2+y'^2}$	t'	$c = \sqrt{x'^2 + y'^2} / t'$
10.0	4.0	1.000		7.551	4.0	8.545	0.573	14.911
10.0	4.0	1.346	*	6.430	4.0	7.573	0.947	8.000
10.0	4.0	2.000		4.315	4.0	5.884	1.652	3.562
10.0	4.0	3.333		0.000	4.0	4.000	3.090	1.294
10.0	4.0	4.000		-2.157	4.0	4.545	3.809	1.193

* $t = \sqrt{10^2 + 4^2} / 8 = 1{,}346 \; s$ si vede quindi, dato che nel sistema in moto con le coordinate x', y' ed il tempo t' (e anche nel sistema stazionario) si deve sempre avere come velocità di propagazione della luce *c* (per questo esempio 8,0 m/s), che il tempo t e la coordinata x sono "legati" tra di loro. Questo porta ad un aggiustamento delle formule (2-7):

$$x' = \frac{x - v/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - v/c^2\sqrt{c^2t^2 - y^2 - z^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad \Rightarrow \quad c = \dfrac{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}{t'}$ e sostituendo nel membro di destra della formula qui accanto le espressioni per x' e t', che figurano più sopra si trova proprio *c*.

O, ancora più evidente, se nelle formule qui sopra per x' e t' si inseriscono i valori y = 0 e z = 0 si ottiene:

$$x' = x\sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t\sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

e risulta poi evidente come x'/t' = x/t = *c*

Con l'esempio che segue voglio mettere in evidenza l'incongruenza delle trasformazioni di Lorentz per quanto riguarda il tempo.
Prendo tre raggi di luce che definiscono una superficie sferica con centro nell'origine delle coordinate del sistema S (vedi tabelle e disegno seguente)

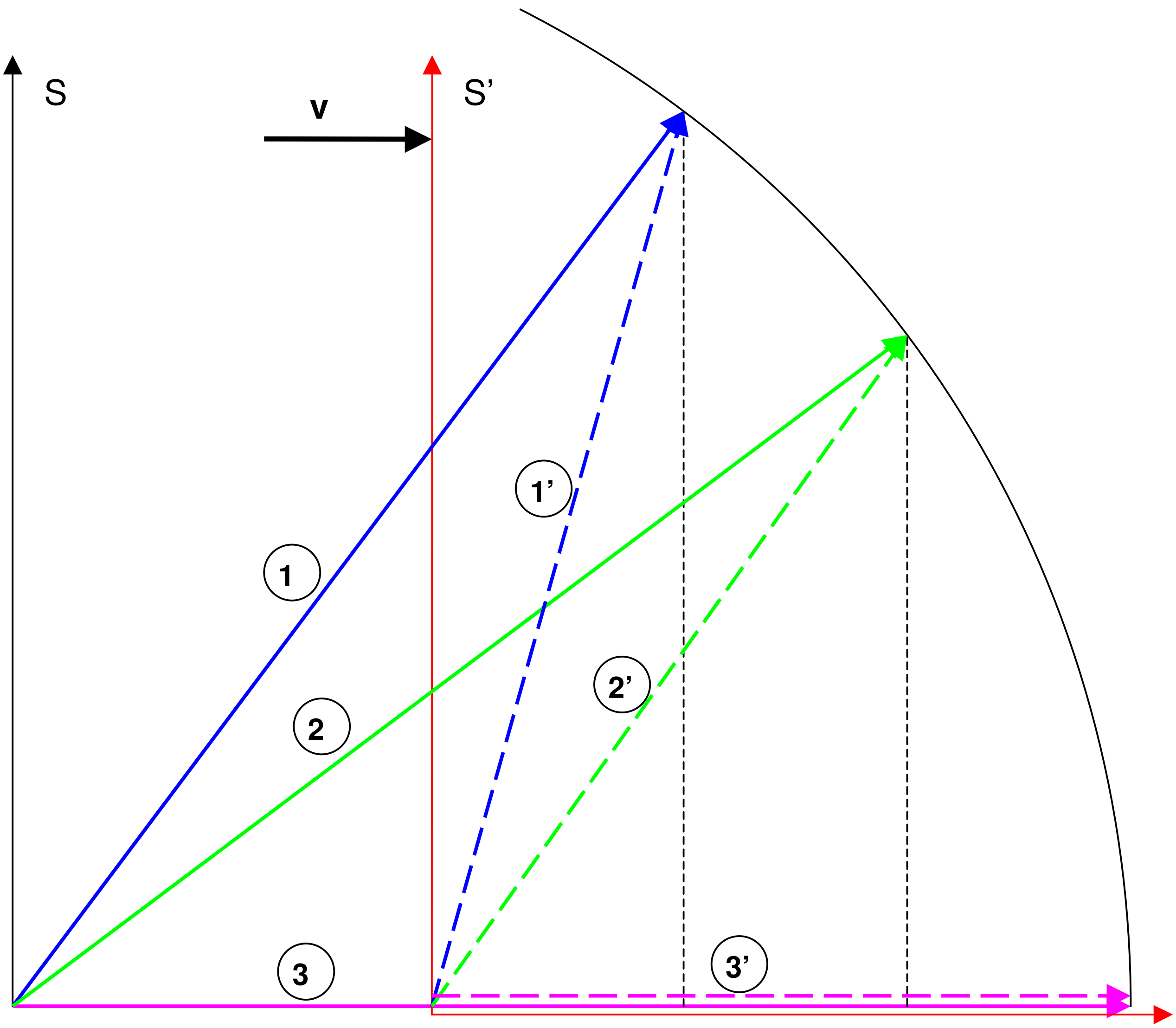
Grandezze nel sistema S

	c [m/s]	v [m/s]	x [m]	y [m]	z [m]	t [s]	$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ [m]
1	8.00	3.00	9.60	12.80	0.00	2.00	16.00
2	8.00	3.00	12.80	9.60	0.00	2.00	16.00
3	8.00	3.00	16.00	0.00	0.00	2.00	16.00

Calcolo poi, per mezzo delle famose formule di trasformazione, come queste grandezze sono viste nel sistema S'.

Grandezze nel sistema S'

	$\sqrt{1-v^2/c^2}$ [-]	x' [m]	y' [m]	z' [m]	$\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}$ [m]	t' [s]	$\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2} / t'$ [m/s]
1'	0.9270	3.8834	12.80	0.00	13.3761	1.6720	8.000
2'	0.9270	7.3353	9.60	0.00	12.0817	1.5102	8.000
3'	0.9270	10.7872	0.00	0.00	10.7872	1.3484	8.000



E constato che i tre raggi partiti allo stesso istante sia in S che in S', cioè quando l'origine di quest'ultimo sistema coincideva con l'origine del sistema S, sono giunti a loro destinazione allo stesso istante in S, ma in S' primo hanno viaggiato per tempi diversi. Cioè più mi allontano dall'asse x (in direzione y e/o z) maggiore è il tempo impiegato ?
Questo risulta chiaramente anche dalla formula introdotta al capitolo 5:

$$t' = \frac{t - v/c^2 \sqrt{c^2 t^2 - y^2 - z^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ dove con *c*, v e t dati t' è funzione di y e z.

Nel libro [2] a pag. 74 ad un certo momento si ammette che si può avere:
$x_2' = x_1'$ e contemporaneamente $t_1' \neq t_2'$.

Dalla formula $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ (2-5) di pag. 58
si ottiene:

$x' = \sqrt{c^2 t'^2 - y'^2 - z'^2}$ rispettivamente $x_1' = \sqrt{c^2 t_1'^2 - y'^2 - z'^2}$ $x_2' = \sqrt{c^2 t_2'^2 - y'^2 - z'^2}$

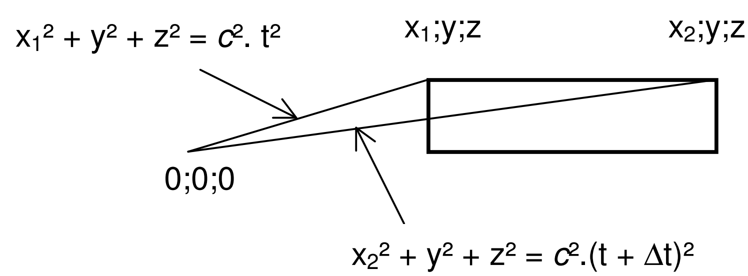
considerando che le coordinate y' e z' non variano, cioè $y_1' = y_2'$ e $z_1' = z_2'$

e ponendo: $x_2' - x_1' = 0 = \sqrt{c^2 t_2'^2 - y'^2 - z'^2} - \sqrt{c^2 t_1'^2 - y'^2 - z'^2}$

$$c^2 t_2'^2 - y'^2 - z'^2 = c^2 t_1'^2 - y'^2 - z'^2 \qquad c^2 t_2'^2 = c^2 t_1'^2 \qquad \Rightarrow \qquad t_2' = t_1'$$

Quindi le ipotesi fatte per i due problemi posti non reggono perché con $x_2' = x_1'$ segue obbligatoriamente $t_1' = t_2'$ se la formula (2-5) deve essere soddisfatta.

D'altra parte se prendo la formula $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ (2-4) di pag. 58, e faccio lo stesso ragionamento arrivo alla conclusione che non posso avere $x_2 \neq x_1$ con $t_1 = t_2$. Questo è assurdo perché allo stesso istante il regolo in quiete nel sistema S ha un inizio ed una fine con due coordinate x differenti ! Il presupposto per usare la formula (2-4) qui sopra era; pag. 58 di [2] : "L'onda si propaga con velocità *c* in tutte le direzioni in ciascun riferimento inerziale. La sua propagazione è, allora, descritta dall'equazione di una sfera il cui raggio si espande nel tempo con velocità *c* sia nel sistema di coordinate accentato che in quello non accentato."
È chiaro che lo stesso raggio di luce ad un determinato istante può essere solo ad una determinata distanza dalla sua origine, e non a più distanze contemporaneamente. <u>Da qualche parte c'è quindi una incongruenza !</u> È giusto usare la formula (2-4) qui sopra per derivare le formule di trasformazione di Lorentz ?



Quando si usa la formula $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ <u>il tempo t rappresenta il "tempo di viaggio"</u> del raggio di luce (a partire dall'origine), quindi non può essere confuso con il <u>tempo rappresentato dall'istante</u> in cui osservo le due estremità del regolo. Questo secondo tempo è ovviamente uno solo; ammettiamo di trovarci nel punto dove le immagini delle due estremità che giungono all'occhio in un determinato momento sono partite allo stesso istante. Il "tempo di viaggio" sarà invece diverso per le due estremità.

6 *Contrazione della lunghezza di un regolo in moto, dilatazione del tempo di un orologio in moto*

Riallacciandomi al paragrafo precedente esamino il capitolo “Contrazione delle lunghezze” di [3]. A pagina 385 si dice: “Per determinare la lunghezza della sbarra ferma in S’, stabiliremo, a un certo tempo t’, quali sono le posizioni, x_1’ e x_2’, che coincidono con gli estremi della sbarra: la distanza tra queste posizioni che coincidono *simultaneamente* (in S’) con gli estremi della sbarra, è la definizione naturale della lunghezza *L* nel sistema in moto S’:”
Anche per questo paragrafo è valida l’osservazione fatta al punto precedente.
Pure il capitolo 2.3 a pag. 60 di [2] per le dimostrazioni della contrazione della lunghezza e della dilatazione del tempo usa i procedimenti criticati al capitolo precedente.
A pagina 60, in basso, di quest’ultimo testo, trovo la formula $t' = t\sqrt{1 - v^2/c^2}$, ricavata con la formula di trasformazione di Lorentz, ammettendo la condizione $x = v.t$ (anche Einstein nel suo lavoro fa lo stesso ragionamento); mentre a pag. 389 di [3] usando al stessa formula di partenza e con la condizione $x = 0$ si ottiene la formula $t' = t\big/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.
Altra incongruenza o sbaglio ? Se lo spazio è omogeneo (Homogenitätseigenschaften) come dice Einstein, perché a dipendenza del valore di x scelto varia il tempo t’ ?

<u>Attenzione !</u>
In [2] a pag. 63 si dice: “Analogamente *l’intervallo di tempo proprio* è l’intervallo di tempo registrato da un orologio connesso con il corpo osservato. L’intervallo di tempo proprio può essere equivalentemente pensato come l’intervallo di tempo fra due eventi che avvengono nello stesso luogo nel riferimento S’ oppure come l’intervallo di tempo misurato da un unico orologio in un certo luogo. Un intervallo di tempo non proprio (o improprio) è un intervallo di tempo misurato da due differenti orologi in due luoghi differenti. Così, dalla precedente discussione vediamo che se dτ rappresenta un intervallo di tempo proprio …”
Mentre in [3] a pag. 389 si dice: “Consideriamo ora un orologio fermo nel sistema di riferimento S: il risultato della misura di un intervallo di tempo nel sistema in cui l’orologio è *fermo* viene sempre indicato con τ ed è detto *intervallo di tempo proprio*.
Nel primo testo si dice in sostanza che l’*intervallo di tempo proprio* è quello misurato dall’orologio posto in un punto fisso di S’ e che si muove con questo sistema di riferimento. Nel secondo si dice che l’*intervallo di tempo proprio* è quello misurato dall’orologio fermo nel sistema di riferimento S. I due concetti di *intervallo di tempo proprio* sono dunque uno all’opposto dell’altro.

Per ottenere la formula per la contrazione delle lunghezze, Einstein, nel suo lavoro, fa questo ragionamento: “Consideriamo una sfera rigida di raggio R, in quiete relativamente al sistema in moto k, il cui centro sia nell’origine delle coordinate di k. L’equazione della superficie di questa sfera, in moto con velocità v relativamente a K, è

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2$$

L’equazione di questa superficie è esprimibile in x, y, z al tempo t = 0 come …”
Se deve sempre essere soddisfatta la formula $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$, con t = 0, <u>obbligatoriamente</u> anche x, y e z devono essere 0. Quindi introducendo anche x = 0 (oltre

a t = 0) nelle formule di trasformazione di Lorentz si otterrà x' = 0 e t' = 0, cioè nulla che può dimostrare la contrazione delle lunghezze !

In [2] a pag. 61 si sviluppa la formula per la contrazione della lunghezza con i seguenti passaggi:

$x_2' = \gamma(x_2 - vt_2)$ $x_1' = \gamma(x_1 - vt_1)$ dove $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$x_2' - x_1' = \gamma[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]$ e quindi con $t_2 = t_1$ si ottiene $x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - x_1)$

Procedo allo stesso sviluppo con la formula introdotta al capitolo 5, ossia:
$x' = \gamma\left(x - v/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$ e avrò:

$x_2' = \gamma\left(x_2 - v/c\sqrt{x_2^2 + y^2 + z^2}\right)$ e $x_1' = \gamma\left(x_1 - v/c\sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2}\right)$

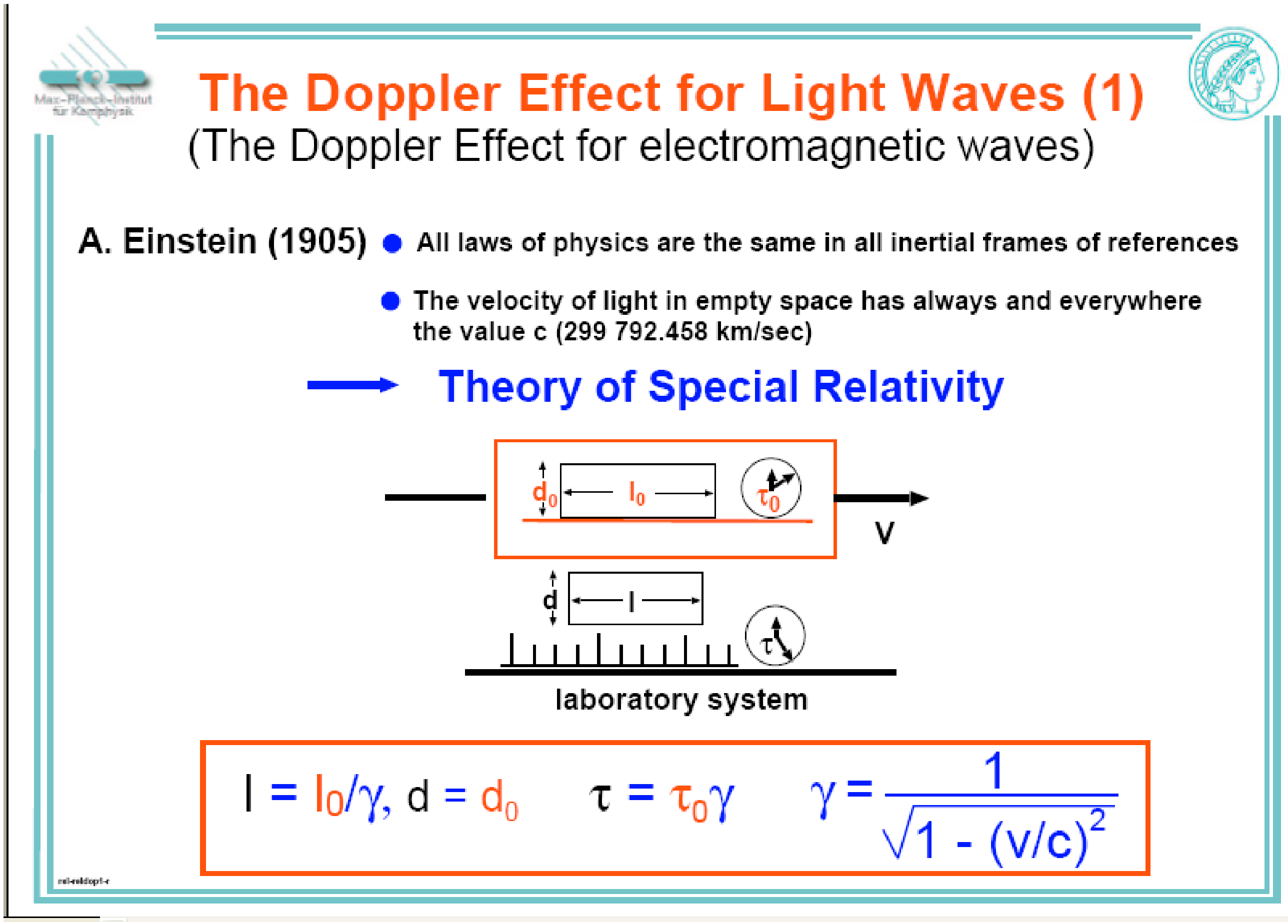
da cui $x_2' - x_1' = \gamma\left[x_2 - x_1 - \underbrace{v/c\left(\sqrt{x_2^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2}\right)}_{\downarrow}\right]$

non si annulla !

per poter annullare il termine sopra alla graffa si dovrebbe avere $x_1 = x_2$, ma in questo caso il membro di destra dell'espressione si ridurrebbe a zero !

Sia dato nel sistema S la lunghezza L_S di una barra e la velocità della luce *c*.
Il tempo affinché, nel sistema S, un fotone che parte dall'estremo destro, della barra, raggiunga quello sinistro è: $t_S = L_S/c$
In S' la lunghezza della barra sarà (trasformazione di Lorentz): $L_{S'} = L_S\sqrt{1 - v^2/c^2}$ e l'intervallo di tempo: $t_{S'} = t_S/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ (6.1) ;d'altra parte il tempo impiegato dal fotone per percorrere la lunghezza della barra, considerando come anche nel sistema S' la velocità della luce è *c*, sarà di; $t_{S'} = L_{S'}/c = \left(L_S\sqrt{1 - v^2/c^2}\right)/c = (L_S/c)\sqrt{1 - v^2/c^2} = t_S\sqrt{1 - v^2/c^2}$ che non è per nulla uguale alla (6.1) ottenuta appena qui sopra !

Disegno: Max-Planck-Institut für Kernphysik

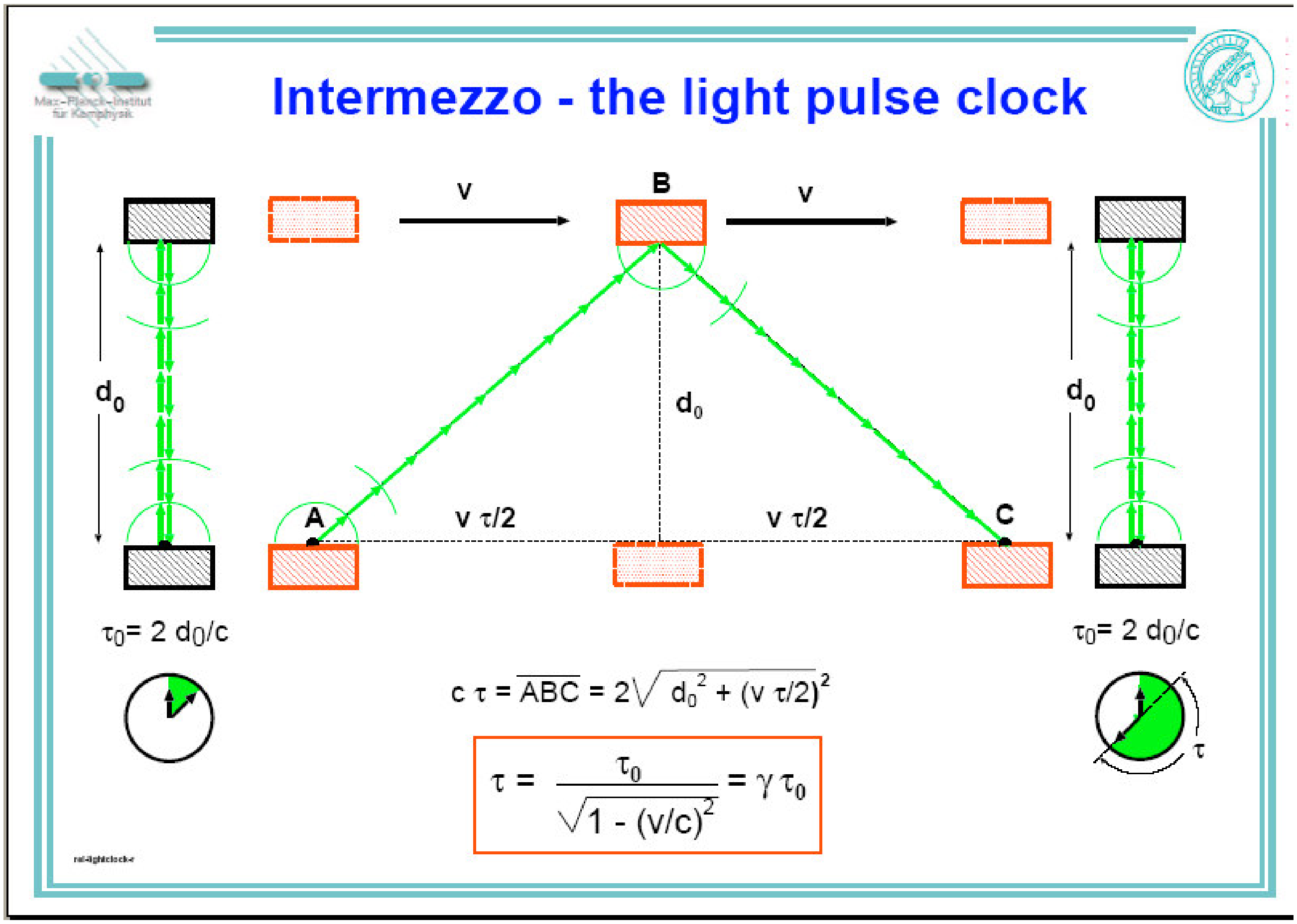


Anche dalla figura qui sopra, considerando come la velocità della luce è la stessa nel sistema in quiete e nel sistema in moto ottengo:

$l_0 / \tau_0 = c$ e $l / \tau = l_0 / \gamma \;.\; 1/(\tau_0 \gamma) = l_0 /(\tau_0 \gamma^2) = c / \gamma^2 \neq c$!

Per spiegare la “dilatazione del tempo” in [2] a pag. 66 e seg. o anche il Max-Planck-Institut für Kernphysik , vedi qui sotto

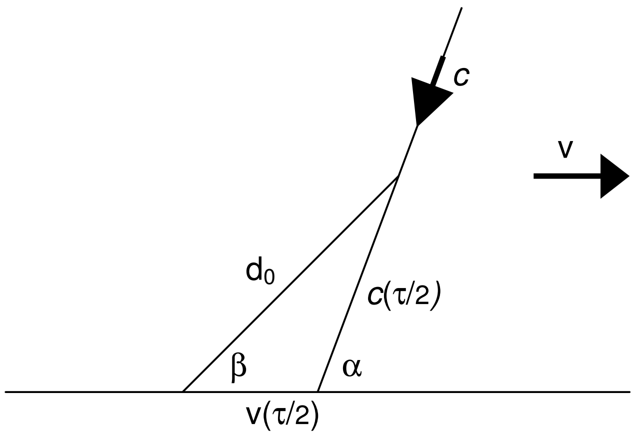
Disegno: Max-Planck-Institut für Kernphysik



dicono sostanzialmente che il passeggero sul treno (S') vede il raggio luminoso che percorre il tragitto rigorosamente verticale dal basso all'alto e poi ritorna in basso. L'osservatore a terra (S) vede invece il raggio luminoso percorrere la "strada" indicata nella figura qui sopra. Ne consegue che i due percorsi hanno lunghezze diverse ed essendo la velocità della luce *c* per tutti e due gli osservatori il tempo dell'osservatore a terra è maggiore del tempo misurato dal passeggero sul treno, proprio del fattore che si ricava con la trasformazione di Lorentz.

Attenzione !
Il raggio di luce non è influenzato dalla velocità della sorgente quindi il raggio di luce percorre lo stesso tragitto per i due osservatori. L'osservatore sul treno (S') non deve trascurare l'aberrazione ! È questo fenomeno che gli fa sembrare che il raggio di luce percorre un tragitto più corto di quello visto dall'osservatore a terra.

Come indicato nella figura sopra, l'osservatore fermo (S) vede il raggio di luce percorrere la distanza: $c\tau = 2\sqrt{d_0^2 + (v\tau/2)^2}$ mentre l'osservatore in moto (S') vede il raggio percorrere la distanza $c\tau_0 = 2d_0$
Per questo secondo caso dobbiamo considerare l'effetto dell'aberrazione.



d_0 = “percorso” del raggio di luce visto dall’osservatore in moto

$c(\tau/2)$ = vero percorso fatto dal raggio di luce

$v(\tau/2)$ = percorso fatto dall’osservatore durante il tempo che il raggio di luce ha percorso lo spazio $c(\tau/2)$

$c^2(\tau/2)^2 = d_0^2 + v^2(\tau/2)^2 - 2d_0 v(\tau/2)\cos\beta$ (teorema del coseno)

che per β = 90°, raggio che viene visto compiere un percorso rigorosamente verticale, da:

$c^2(\tau/2)^2 = d_0^2 + v^2(\tau/2)^2$ $\quad c(\tau/2) = \sqrt{d_0^2 + v^2(\tau/2)^2}$ che moltiplicato per 2 (salita e discesa) da $c\tau = 2\sqrt{d_0^2 + v^2(\tau/2)^2}$ ed è esattamente quello che vede l’osservatore fermo (S). Quindi il “procedimento” usato qui sopra per spiegare la dilatazione del tempo non regge !

Ritorno ora alla figura del Max-Planck-Institut für Kernphysik qui sopra e vediamo cosa succede se il raggio di luce ha una componente orizzontale (l_0) anche per il passeggero del treno. Per semplificare le cose esamino solo il raggio in salita, dalla sorgente allo specchio.

Osservatore in moto: $d_0^2 + l_0^2 = c^2\tau_0^2 \quad \Rightarrow \quad \tau_0 = \frac{\sqrt{d_0^2 + l_0^2}}{c}$

Osservatore fermo: $d_0^2 + (l_0/\gamma + v\tau)^2 = c^2\tau^2$

$$d_0^2 + \frac{l_0^2}{\gamma^2} + v^2\tau^2 + \frac{2l_0 v\tau}{\gamma} = c^2\tau^2 \qquad (c^2 - v^2)\tau^2 - \frac{2l_0 v}{\gamma}\tau - d_0^2 - \frac{l_0^2}{\gamma^2} = 0$$

$$\tau = \frac{\frac{l_0 v}{\gamma} \pm \sqrt{\frac{l_0^2 v^2}{\gamma^2} + c^2 d_0^2 + \frac{l_0^2 c^2}{\gamma^2} - v^2 d_0^2 - \frac{l_0^2 v^2}{\gamma^2}}}{c^2 - v^2}$$

$$\tau = \frac{l_0 v/\gamma \pm \sqrt{d_0^2(c^2 - v^2) + l_0^2 c^2/\gamma^2}}{c^2 - v^2} \qquad c^2 - v^2 = c^2/\gamma^2$$

$$\tau = \frac{l_0 v\gamma \pm \gamma\sqrt{d_0^2 c^2 + l_0^2 c^2}}{c^2} = \frac{\gamma}{c}\left(l_0 v/c \pm \sqrt{d_0^2 + l_0^2}\right) \quad \neq \quad \gamma\tau_0 = \frac{\gamma}{c}\sqrt{d_0^2 + l_0^2}$$

Ecco che in questo caso la spiegazione non regge, concludo che solo per un cammino perfettamente verticale, casualmente, la spiegazione funziona.

Un analogo esperimento per spiegare la dilatazione del tempo è descritto anche in [3] a pag. 392 e 393. In questo esempio però si considera che l'impulso luminoso percorra un cammino di lunghezza L, in direzione y, nel sistema di riferimento S (fermo).
L'osservatore nel sistema S', che si muove uniformemente in direzione x rispetto a S, vede che la distanza percorsa è lunga $2\left[L^2 + \left(\frac{1}{2}Vt'\right)^2\right]^{1/2}$ .Anche in questo caso però non va trascurata l'aberrazione.

Sempre riferendomi alla "dilatazione del tempo", come spiegata in [2], dalle formule di pag. 68 si ha $\Delta t' = \Delta t.\sqrt{1-v^2/c^2}$ (6.2)
ricavata considerando che il passeggero del treno vede un raggio di luce rigorosamente verticale, mentre la persona sulla terra vede il raggio di luce percorrere un cammino obliquo.
Vediamo cosa succede se invece il raggio di luce compie un cammino rigorosamente orizzontale per il passeggero del treno. Questi vede sempre il raggio percorrere il cammino avanti ed indietro nel tempo $\Delta t' = 2d/c$. La persona a terra vede invece il raggio di luce che percorre il tratto in avanti nel tempo $\Delta t_1' = \dfrac{d}{c-v}$, ed il tratto indietro nel tempo $\Delta t_2' = \dfrac{d}{c+v}$ che da un tempo totale di $\Delta t = \dfrac{2d}{c.\left(1-v^2/c^2\right)}$. Il rapporto dei due tempi è quindi:
$\Delta t' = \Delta t.(1-v^2/c^2)$ (6.3) diverso da (6.2) !!
Quindi la dilatazione del tempo dipende dalla direzione del moto del sistema S' rispetto al fenomeno che si sta osservando ? Allora abbiamo diverse dilatazioni del tempo nello stesso sistema S' ?

7 *Formule di composizione della velocità*

Einstein, introduce a pag. 55 di [1] la formula $\xi = w_\xi.\tau$ per sviluppare poi la formula per la composizione della velocità. Ma a pag. 50 aveva già ammesso $\xi = c.\tau$, quindi $w_\xi = c$ obbligatoriamente !

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{c}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{x - (v/c).\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{(1/c).\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c_{S'}^2 t'^2 \quad \Rightarrow \quad c_{S'}^2 = \frac{x'^2 + y'^2 + z'^2}{t'^2}$$

$c_{S'}$ è la velocità della luce nel sistema in moto S' che è uguale a *c*. Ho introdotto questo simbolo per non confonderlo con *c* nella dimostrazione seguente e provare che le due grandezze sono identiche.
Questo è logico poiché nella derivazione delle formule di trasformazione di Lorentz si è appunto imposto che *c* nel sistema S è uguale a *c* nel sistema S'.

$$c_{S'}^2 = \left(\frac{x - v/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{1/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - vx/c^2} \right)^2 + \frac{y^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - vx/c^2\right)^2} + \frac{z^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - vx/c^2\right)^2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad \Rightarrow \quad c^2 = \frac{x^2}{t^2} + \frac{y^2}{t^2} + \frac{z^2}{t^2} = w_x^2 + w_y^2 + w_z^2$$

$$c_{S'}^2 = \left(\frac{x/t - v/c\sqrt{x^2/t^2 + y^2/t^2 + z^2/t^2}}{1/c\sqrt{x^2/t^2 + y^2/t^2 + z^2/t^2} - v/c^2\, x/t} \right)^2 + \frac{y^2/t^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{x^2/t^2 + y^2/t^2 + z^2/t^2} - v/c^2\, x/t\right)^2} +$$

$$+ \frac{z^2/t^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{x^2/t^2 + y^2/t^2 + z^2/t^2} - v/c^2\, x/t\right)^2}$$

$$c_{S'}^2 = \left(\frac{w_x - v/c\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}}{1/c\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - v/c^2\, w_x} \right)^2 + \frac{w_y^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - v/c^2\, w_x\right)^2} + \frac{w_z^2\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1/c\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - v/c^2\, w_x\right)^2}$$

$$c_{S'}^2 = \frac{w_x^2 + \frac{v^2}{c^2}w_x^2 + \frac{v^2}{c^2}w_y^2 + \frac{v^2}{c^2}w_z^2 - 2w_x\frac{v}{c}\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} + w_y^2 - \frac{v^2}{c^2}w_y^2 + w_z^2 - \frac{v^2}{c^2}w_z^2}{\left(\frac{1}{c}\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - \frac{v}{c^2}w_x\right)^2}$$

$$c_{S'}^2 = \frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2 + \frac{v^2}{c^2}w_x^2 - 2w_x\frac{v}{c}\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}}{\left(\frac{1}{c}\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - \frac{v}{c^2}w_x\right)^2} = c^2\frac{\left(\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - w_x\frac{v}{c}\right)^2}{\left(\sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} - w_x\frac{v}{c}\right)^2} = c^2$$

Da quanto sopra tiro la conclusione che le componenti delle velocità w_x, w_y e w_z non possono essere scelte arbitrariamente, ma devono rispettare la condizione: $w_x^2 + w_y^2 + w_z^2 = c^2$
Quindi per esempio se $w_y = 0$ e $w_z = 0$, w_x è obbligatoriamente uguale a *c*.

Riporto qui di seguito la formula di [2] pag. 79; dove ho sostituito u' con w'_x, poiché si tratta della velocità lungo l'asse x come viene detto a pagina 81, "Finora, abbiamo considerato solo la trasformazione di velocità parallela alla direzione del moto relativo dei due riferimenti (la direzione x-x'). …"

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = w'_x\, t'$$

e ritengo che la velocità w'_x possa essere solo *c*, come d'altronde si ricava anche dalla formula (2-5) di pag. 58, $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$, se le velocità rispetto agli assi y' e z' sono 0.

____

Derivazione della velocità usando il metodo "convenzionale"

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{e} \qquad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \;\Rightarrow\; x = \sqrt{c^2 t^2 - y^2 - z^2}$$

$$x' = \frac{\sqrt{c^2 t^2 - y^2 - z^2} - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Procedo ora alla derivata di x' e ottengo la velocità w_x

$$w_x = \left(\frac{1}{2}.\frac{2c^2 t}{\sqrt{c^2 t^2 - y^2 - z^2}} - v\right).\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{c^2 t}{\sqrt{c^2 t^2 - y^2 - z^2}\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Con y = 0 e z = 0; considero solo la velocità lungo la direzione x-x', ottengo:

$$w_x = c.\frac{c - v}{\sqrt{c^2 - v^2}} = c.\sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

____

Libro [2] esempio 5 di pag. 80

$$u = \frac{u' + v}{1 + u' v/c^2}$$

dove:
- u è la velocità dell'oggetto rispetto al sistema S
- u' è la velocità dell'oggetto rispetto al sistema S'
- v è la velocità del sistema S' rispetto al sistema S

si dice: "Possiamo considerare un elettrone come il riferimento S, la sorgente come il riferimento S', e l'altro elettrone come l'oggetto di cui cerchiamo la velocità nel riferimento S."

Dunque per il proseguimento del calcolo il riferimento S' assume il ruolo della sorgente con una velocità v = 0,67 c, e di questo valore se ne tiene conto per il calcolo di u.
Ma non si era ammesso che la velocità della luce non poteva essere influenzata dalla velocità della sorgente ? E le formule sviluppate in precedenza (quelle di Lorentz e quindi quelle per la composizione della velocità) erano valide solo per la velocità della luce ? In particolare per poterle derivare si introducevano le formule:

$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ (2-4) e $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ (2-5)

che ammettono solo la possibilità che l'oggetto si muova con *c* (e unicamente con *c*) sia nel sistema S che nel sistema S'.

8 *Analisi della formula di composizione della velocità*

Dalla formula $v = \dfrac{v'+u}{1+v'u/c^2}$ si constata che v' e u sono "simmetrici" quindi quanto vale per v' vale anche per u. Poniamo quindi v'= *c* (si ottiene lo stesso risultato anche ponendo u = *c*)

$v = \dfrac{c+u}{1+u/c} = c.\dfrac{c+u}{c+u} = c$ Quindi se v' = *c*, indipendentemente dal valore di u, la quale potrebbe anche essere negativa, v è sempre uguale a *c*.

Un paradosso è che: con v' = *c* e u = - 0,9*c*, dunque le due velocità sono una opposta all'altra e quasi del medesimo valore, si ottiene v = *c* (con v' = *c* e u = -*c* il risultato sarebbe indeterminato); mentre che con v' = 0,9*c* e u = 0,9*c* la velocità v è solo di 180/181*c*, quindi inferiore a *c* !!

9 *Effetto Doppler longitudinale secondo [3]*

A pag. 394 di [3] dopo aver fatto uso delle trasformazioni di Lorentz, ad un certo punto si dice: "Il tempo necessario al secondo impulso per passare in S', da $-v\tau/(1-\beta^2)^{1/2}$ all'origine è $\Delta t' = \dfrac{\tau v/c}{(1-\beta^2)^{1/2}}$ così, il tempo totale in S', tra la ricezione dei due impulsi nel punto x' = 0 è $t' + \Delta t' = ...$

Non bisogna però dimenticare che durante il tempo Δt' anche il punto x' si sposta, con la velocità v, quindi avremo $\Delta t' c = \dfrac{\tau v}{(1-\beta^2)^{1/2}} + v.\Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \dfrac{\tau v}{(c-v)(1-\beta^2)^{1/2}}$

ne deriva che il resto del calcolo e la formula finale non sono più attendibili.

Ancora:

si ammette di avere in S'; t' = 0, con x' = 0 e $t' = \dfrac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ con $x' = \dfrac{-v\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

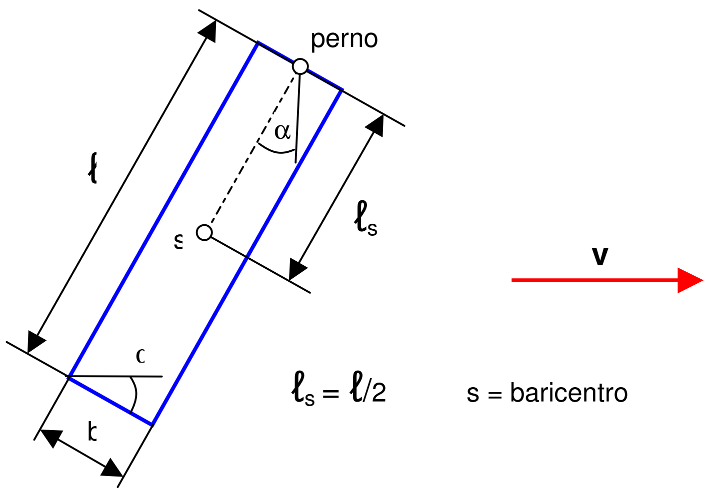
se deve valere la formula (2) di pag. 376, formula di base per sviluppare le trasformazioni di Lorentz: $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

con i primi due valori qui sopra ottengo: $0+y'^2+z'^2=c.0$ e quindi si deduce che y' = 0 e z' = 0 (se questi valori fossero diversi da 0 i rispettivi quadrati non possono annullarsi)

con gli altri due valori ho: $x'^2=c^2t'^2$ $\left(\frac{-v\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2=c^2\left(\frac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2$ $\frac{v^2\tau^2}{1-v^2/c^2}=\frac{c^2\tau^2}{1-v^2/c^2}$

se ne deduce che v = *c*; attenzione però con questa uguaglianza il denominatore dei due membri è uguale a 0 ! (vedi anche parte finale del capitolo 5)

10 *Il pendolo fisico e le trasformazioni di Lorentz*



$$T=2\pi\sqrt{\frac{J_0}{G.\ell_s}} \qquad G=m.g \qquad J_0=J_s+m.\ell_s^2=\frac{1}{12}m(\ell^2+b^2)+m\ell_s^2$$

con $\ell_s=\ell/2$ $\qquad J_0=\frac{1}{12}m(16\ell_s^2+b^2)$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{1}{12}\frac{m\left(16\ell_s^2+b^2\right)}{m.g.\ell_s}}=\pi\sqrt{\frac{4}{12}\frac{\left(16\ell_s^2+b^2\right)}{g.\ell_s}}=\pi\sqrt{\frac{1}{3}\frac{\left(16\ell_s^2+b^2\right)}{g.\ell_s}}$$

con il movimento: nella direzione dell'asse x le lunghezze si raccorciano con il fattore $k=\sqrt{1-v^2/c^2}$; mentre nella direzione dell'asse y rimangono invariate.

Il tempo aumenta con il fattore $1/k = \dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$$\ell'_s = \sqrt{(k.\ell_s.\sin\alpha)^2 + (\ell_s.\cos\alpha)^2} = \ell_s\sqrt{k^2.\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$$
$$b' = \sqrt{(k.b.\cos\alpha)^2 + (b.\sin\alpha)^2} = b\sqrt{k^2.\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

per α « 1 $\sin\alpha \cong 0$ e $\cos\alpha \cong 1$ da cui $\ell'_s \cong \ell_s$ e $b' \cong k.b$
quindi si ottiene:

$$T' \cong \pi\sqrt{\frac{1}{3}\frac{\left(16\ell_s^2 + k^2b^2\right)}{g.\ell_s}}$$ (10.1) che ovviamente non è uguale a

$$T' = T/k = \pi\sqrt{\frac{1}{3}\frac{(16\ell_s^2 + b^2)}{k^2.g.\ell_s}} \qquad (10.2)$$

Con ℓ_s = 0,5 m; b = 0,05 m e g = 9,81 m/s²

k	T ' (10.1) [s]	T ' (10.2) [s]
0.6	0.9160	1.5276
0.8	0.9162	1.1457

11 *La massa*

Dati i tre lati di un solido a forma di parallelepipedo: *a* è la lunghezza parallela agli assi x e x', *b* è la larghezza (y) e *d* è l'altezza (z), la massa a riposo è: $m_0 = \rho.a.b.d$

e la massa relativistica, con $a' = a.\sqrt{1-v^2/c^2}$; $b' = b$; $d' = d$ e $\rho' = k.\rho$ è:

$$m = k\rho.a\sqrt{1-v^2/c^2}.b.d \qquad = \rho.a.b.d.k\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad = m_0.k.\sqrt{1-v^2/c^2}$$

d'altra parte si trova, per esempio pag. 115 di [2], che $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

uguagliando : $m_0.k.\sqrt{1-v^2/c^2} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$$k = \frac{1}{1-v^2/c^2} \qquad \Rightarrow \qquad \rho' = \frac{\rho}{1-v^2/c^2}$$

Quindi anche la densità di un corpo in movimento cambia !

In [2], problema 1 di pag. 149, con la soluzione a pag. 224 si dice che un osservatore in moto “vede” il volume $V = abc\sqrt{1-\beta^2}$ la massa $m = m_0 \big/ \sqrt{1-\beta^2}$ e conclude che $\rho' = \rho_0 \big/ \sqrt{1-\beta^2}$; ma come la densità non si calcola massa diviso volume ? E quindi con la massa e il volume relativistici qui sopra otterrei: $\rho' = \dfrac{m_0 \big/ \sqrt{1-\beta^2}}{abc\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{m_0}{abc}\dfrac{1}{(1-\beta^2)} = \rho_0 \dfrac{1}{(1-\beta^2)}$ che non è il risultato del libro.
A pag. 35, sempre di questo libro, si dice; “1) *le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi inerziali. Non esiste un sistema inerziale privilegiato* (Principio di relatività).”
La “formula” per calcolare la densità di un corpo non è una “legge fisica” ?

(Per analogia vedi anche [3] problema 3 di pag. 397 che tratta del volume.)

12 *La massa e l’energia del fotone*

Prendendo la formula qui sopra $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ e applicandola al fotone che ha $m_0 = 0$, se questo viaggia a v = *c*; m = 0/0 quindi indeterminata. Se però il fotone viaggia in un mezzo trasparente ad una velocità $c_n < c$, la massa è 0 dato che il numeratore è 0, ma il denominatore ≠ 0.
I fotoni ci sono dappertutto dove c’è “luce” e non solo nel vuoto !

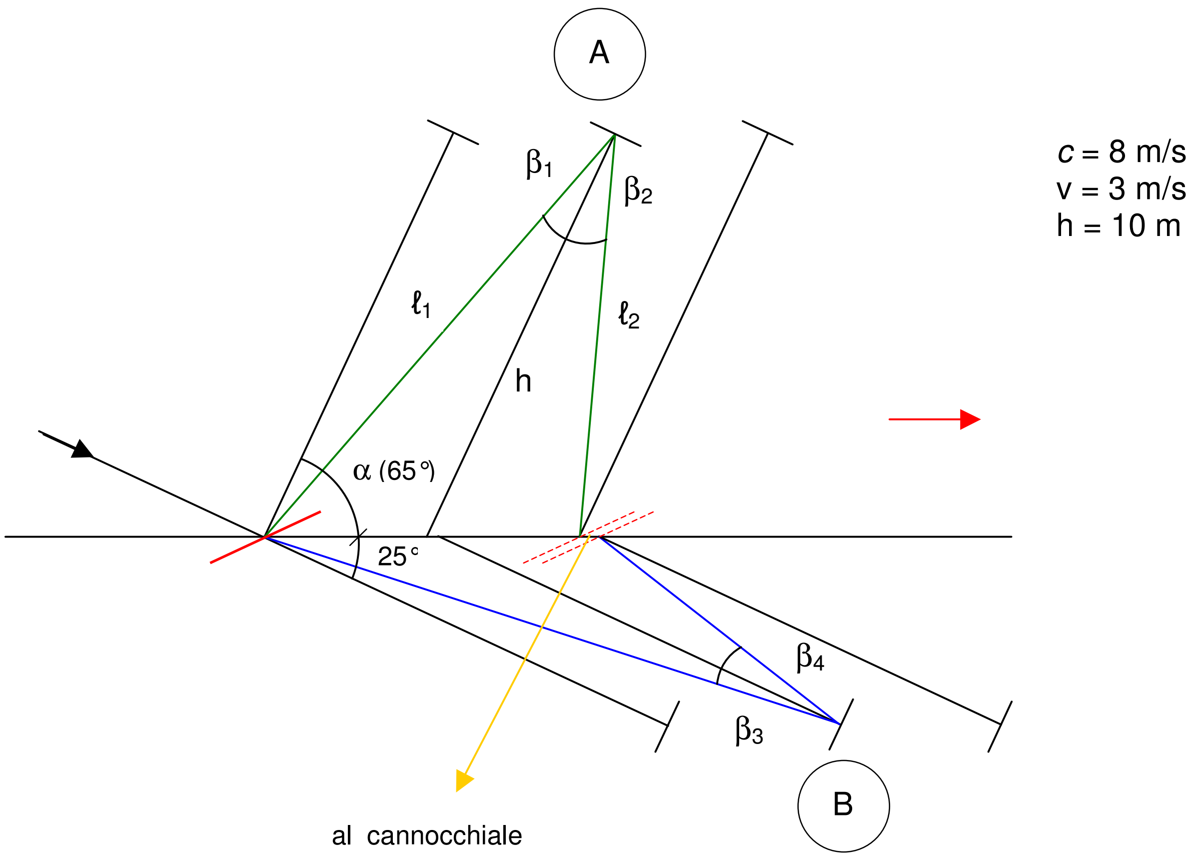
CAPITOLO ANCORA DA COMPLETARE
(Per energia vedi formule di [2] pag. 120 e 121)

13 *Proposta per “spiegare” l’esperimento di Michelson-Morley*

Le onde elettromagnetiche, quindi anche la luce, si propagano nello spazio vuoto con la velocità *c* che è indipendente dalla velocità della sorgente che emette le onde. Nel caso di riflessione o rifrazione nel vuoto, di un’onda elettromagnetica, questa assume la velocità:

$$c' = c + v.\cos\alpha$$

dove : v è la velocità dell’oggetto che produce la riflessione o la rifrazione
e α è l’angolo tra i vettori velocità della luce e velocità dell’oggetto che produce la riflessione o la rifrazione
Le velocità *c*, v e *c*’ si intendono misurate rispetto alle stelle “fisse”
Per rifrazione nel vuoto si intende che il raggio luminoso passa da un corpo otticamente denso al vuoto.



$$\ell_1 = \sqrt{h^2 + v^2 t_1^2 - 2hvt_1.\cos(180° - \alpha)} = \sqrt{h^2 + v^2 t_1^2 + 2hvt_1.\cos\alpha}$$

$$t_1 = \frac{\ell_1}{c + v.\cos\varphi_1}$$

$$\varphi_1 = \arctan\frac{h.\sin\alpha}{h.\cos\alpha + vt_1} = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{h^2.\sin\alpha}{(h.\cos\alpha+vt_1)^2}}} = \arccos\frac{h.\cos\alpha+vt_1}{\sqrt{h^2.\cos^2\alpha + v^2t_1^2 + 2hvt_1.\cos\alpha + h^2.\sin\alpha}}$$

$$= \arccos\frac{h.\cos\alpha+vt_1}{\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha}}$$

$$t_1 = \frac{\ell_1}{c+v.\cos\varphi_1} = \frac{\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha}}{c+v\dfrac{h.\cos\alpha+vt_1}{\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha}}} = \frac{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha}{c\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha}+v(h.\cos\alpha+vt_1)}$$

$$t_1c\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha} + hvt_1.\cos\alpha + v^2t_1^2 = h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha$$

$$t_1c\sqrt{h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha} = h^2 + hvt_1.\cos\alpha$$

$$t_1^2c^2\left(h^2+v^2t_1^2+2hvt_1.\cos\alpha\right) = h^4 + h^2v^2t_1^2.\cos^2\alpha + 2h^3vt_1.\cos\alpha$$

$$t_1^2c^2h^2 + t_1^4c^2v^2 + 2hvc^2t_1^3.\cos\alpha = h^4 + h^2v^2t_1^2.\cos^2\alpha + 2h^3vt_1.\cos\alpha$$

$$\underline{c^2v^2t_1^4 + (2hc^2v.\cos\alpha)t_1^3 + h^2(c^2 - v^2.\cos^2\alpha)t_1^2 - (2h^3v.\cos\alpha)t_1 - h^4 = 0}$$

per $t_2 = \dfrac{\ell_2}{c - v.\cos\varphi_2}$; $\ell_2 = \sqrt{h^2+v^2t_2^2-2hvt_2.\cos\alpha}$ e $\varphi_2 = \arctan\dfrac{h.\sin\alpha}{h.\cos\alpha - vt_2}$

si ottiene:

$$\underline{c^2v^2t_1^4 - (2hc^2v.\cos\alpha)t_1^3 + h^2(c^2 - v^2.\cos^2\alpha)t_1^2 + (2h^3v.\cos\alpha)t_1 - h^4 = 0}$$

$\beta_1 = |\alpha| - |\varphi_1|$ e $\beta_2 = |\varphi_2| - |\alpha|$

prendendo, per fare degli esempi, c = 8 m/s, v = 3 m/s e h = 10 m
(calcoli eseguiti con calcolatrice Hewlett Packard 48GX)

con α = 65°	t_1 = 1,20254 s	φ_1 = 49,161°	β_1 = 15,839°
	t_2 = 1,17086 s	φ_2 = 85,498°	β_2 = 20,498

con α = -25°	t_3 = 1,24143 s	φ_3 = -18,289°	β_3 = 6,712°
(65° - 90°)	t_4 = 1,21796 s	φ_4 = -38,000°	β_4 = 13,000°

Il tempo che impiega il raggio che viene riflesso da A è:
$t_1 + t_2$ = 1,20254 + 1,17086 = 2,37340 s

Il tempo che impiega il raggio che viene riflesso da B è:
$t_3 + t_4$ = 1,24143 + 1,21796 = 2,45939 s

o

con α = 90°	t_1 = 1,17851 s	φ_1 = 70,529°	β_1 = 19,471°
	t_2 = 1,17851 s	φ_2 = 109,471°	β_2 = 19,471°

con α = 0°	t_3 = 1,25000 s	φ_3 = 0,0°	β_3 = 0,0°
(90° - 90°)	t_4 = 1,25000 s	φ_4 = 0,0°	β_4 = 0,0°

Il tempo che impiega il raggio che viene riflesso da A è:
$t_1 + t_2$ = 1,17851 + 1,17851 = 2,35702 s

Il tempo che impiega il raggio che viene riflesso da B è:
$t_3 + t_4$ = 1,25000 + 1,25000 = 2,5000 s

Si può notare che nonostante v sia dello stesso ordine di grandezza di *c* il tempo impiegato per i due percorsi non differisce di molto. Semmai la differenza che in questo esempio "disturba" è quella degli angoli β che per la riflessione dovrebbero essere uguali, ma, nel primo esempio, la differenza è notevole.
Spiegazione: i "raggi" di luce non sono perfettamente puntiformi, ma hanno un'estensione spaziale, cioè il "raggio" allontanandosi dal punto di riflessione si "apre" a cono con un angolo piccolo. Si vedrà nell'esempio con il vero valore di *c* e con la velocità della terra attorno al sole che gli angoli di incidenza e di riflessione sono praticamente uguali (fino a 10^{-5}).

prendendo i valori reali dell'esperimento di Michelson-Morley:
$c = 3.10^8$ m/s, $v = 3.10^4$ m/s e h = 11 m
(calcoli eseguiti con calcolatrice Hewlett Packard 48GX)

con α = 90° si ha l'equazione
$8,1.10^{25}\, t^4 \pm 0\, t^3 + 1,089.10^{19}\, t^2 \pm 0\, t - 14641 = 0$

$t_1 = 3,6666666483.10^{-8}$ s	φ_1 = 89,99427°	β_1 = 0,00573°
$t_2 = 3,6666666483.10^{-8}$ s	φ_2 = 90,00573°	β_2 = 0,00573°

con α = 0° si ha l'equazione
$8,1.10^{25}\, t^4 \pm 5,94.10^{22}\, t^3 + 1,089.10^{19}\, t^2 \pm 7,986.10^{7}\, t - 14641 = 0$

$t_3 = 3,6666666483.10^{-8}$ s	φ_3 = 89,99427°	β_3 = 0,00573°

$t_4 = 3{,}6666666483 . 10^{-8}$ s $\qquad \varphi_4 = 90{,}00573°$ $\qquad \beta_4 = 0{,}00573°$

e quindi i due tempi sono uguali.

Con questa supposizione la velocità della luce misurata sulla terra dipenderà dalla direzione rispetto alla velocità della terra attorno al sole, vediamo un po' entro quali limiti può variare:
dati c = 300'000'000 m/s e v = 30'000 m/s

con $\alpha = 0° \quad c' = c = 300'000'000 \; m/s$

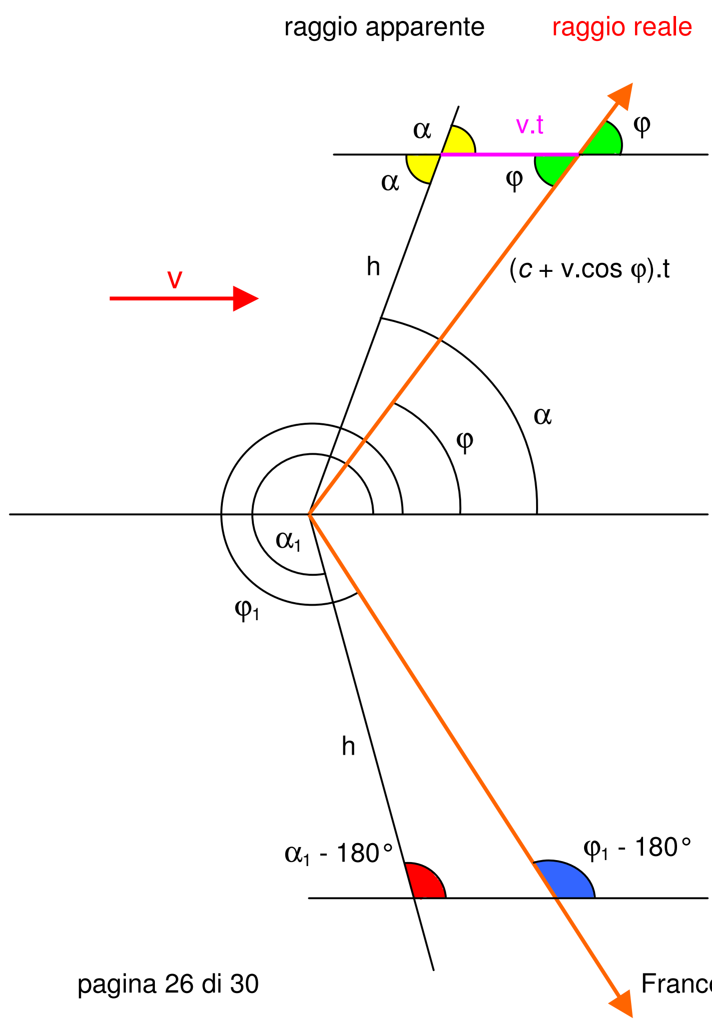
con $\alpha = 90° + \arccos\frac{-vt}{h} \quad c' = \sqrt{c^2 + v^2} = 300'000'001{,}5 \; m/s$

in [4] a pag. 397 trovo che la velocità della luce è 299'792'457,4 ± 1,2 m/s, quindi la differenza massima che ne risulta con la formula proposta è dello stesso ordine di grandezza dell'incertezza.
Attualmente la velocità della luce è stabilita in 299'792'458 m/s (senza incertezza) e serve per determinare l'unità di base SI per la lunghezza, il metro.

Esperimento di Kennedy e Thorndike con interferometro a bracci disuguali
Anche questo esperimento è spiegabile esattamente come quello di Michelson-Morley.

14 *Aberrazione*

Sviluppo di una formula generale



$$\frac{\sin(180° - \alpha)}{(c+\cos\varphi)t} = \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{vt}$$ (teorema dei seni)

$$v.\sin\alpha = (c + v.\cos\varphi).\sin(\alpha - \varphi)$$
$$v.\sin\alpha = (c + v.\cos\varphi)(\sin\alpha.\cos\varphi - \cos\alpha.\sin\varphi)$$
$$v.\sin\alpha = c.\sin\alpha.\cos\varphi - c.\cos\alpha.\sin\varphi + v.\sin\alpha.\cos^2\varphi - v.\cos\alpha.\cos\varphi.\sin\varphi \qquad *)$$
$$(v - c.\cos\varphi - v.\cos^2\varphi).\sin\alpha = -(c.\sin\varphi + v.\cos\varphi.\sin\varphi).\cos\alpha$$
$$(v - c.\cos\varphi - v + v.\sin^2\varphi).\sin\alpha = -(c.\sin\varphi + v.\cos\varphi.\sin\varphi).\cos\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \qquad \tan\alpha = \frac{\sin\varphi(c + v.\cos\varphi)}{c.\cos\varphi - v.\sin^2\varphi}$$

e *) $v.\sin\alpha = c.\sin\alpha.\cos\varphi - c.\cos\alpha.\sin\varphi + v.\sin\alpha.\cos^2\varphi - v.\cos\alpha.\cos\varphi.\sin\varphi$

$$v.\sin\alpha = c.\sin\alpha.\cos\varphi - c.\cos\alpha.\sin\varphi + v.\sin\alpha - v.\sin\alpha.\sin^2\varphi - v.\cos\alpha.\cos\varphi.\sin\varphi$$
$$c.\sin\alpha.\cos\varphi - c.\cos\alpha.\sin\varphi - v.\sin\alpha.\sin^2\varphi - v.\cos\alpha.\cos\varphi.\sin\varphi = 0$$
$$v.\sin\alpha.\sin^2\varphi + c.\cos\alpha.\sin\varphi + \sqrt{1-\sin^2\varphi}(v.\cos\alpha.\sin\varphi - c.\sin\alpha) = 0$$

$$v^2.\sin^2\alpha.\sin^4\varphi + c^2\cos^2\alpha.\sin^2\varphi + 2cv.\sin\alpha.\cos\alpha.\sin^3\varphi =$$
$$v^2.\cos^2\alpha.\sin^2\varphi + c^2.\sin^2\alpha - 2cv.\sin\alpha.\cos\alpha.\sin\varphi - v^2.\cos^2\alpha.\sin^4\varphi - c^2.\sin^2\alpha.\sin^2\varphi + 2cv.\sin\alpha.\cos\alpha.\sin^3\varphi$$

$$v^2.\sin^4\varphi + c^2.\sin^2\varphi - v^2.\cos^2\alpha.\sin^2\varphi + 2cv.\sin\alpha.\cos\alpha.\sin\varphi - c^2.\sin^2\alpha = 0$$

e infine si ha l'equazione per poter calcolare φ:

$$v^2.\sin^4\varphi + (c^2 - v^2.\cos^2\alpha).\sin^2\varphi + 2cv.\sin\alpha.\cos\alpha.\sin\varphi - c^2.\sin^2\alpha = 0$$

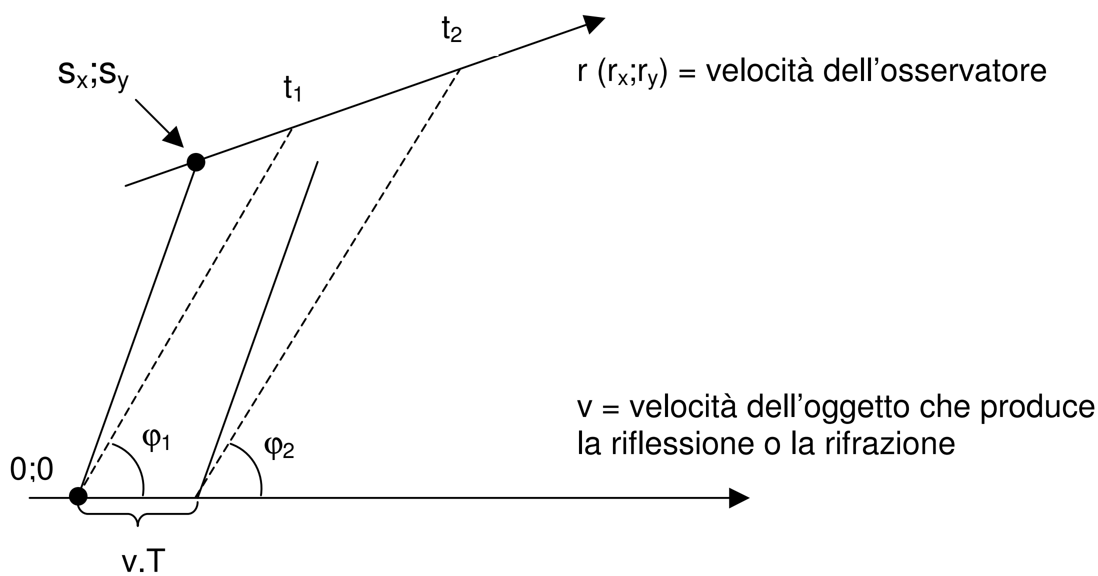
normalmente quando si tratta l'aberrazione il raggio di luce lo si fa "arrivare" sull'asse delle ascisse e quindi nella formula sviluppata qui sopra bisogna sostituire *c* con –*c*, ottenendo

$$\tan\alpha = \frac{\sin\varphi(c - v.\cos\varphi)}{c.\cos\varphi + v.\sin^2\varphi}$$

Confrontando questa formula con la formula 2-27a di [1] si vede che la differenza per *c* = 3.10^8 m/s e v = 3.10^4 m/s è trascurabile.

φ	$\alpha = \arctan \dfrac{\sin\varphi\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\cos\varphi + v/c}$	$\alpha = \arctan \dfrac{\sin\varphi\,(c - v.\cos\varphi)}{c.\cos\varphi + v.\sin^2\varphi}$
0	00.0000	00.0000
30	29.9971	29.9971
45	44.9959	44.9959
60	59.9950	59.9950
90	89.9942704220	89.9942704221
90	$= \arctan \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{v/c}$	$= \arctan \dfrac{c}{v}$
210	30.0029	30.0029

15 *Effetto Doppler*



$$t_1 = \frac{\sqrt{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2}}{c + v\cos\varphi_1} \qquad (15.1)$$

$$t_1 = \frac{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2}{c\sqrt{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2} + v(s_x + r_x t_1)}$$

$$t_1 c\sqrt{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2} + t_1 v(s_x + r_x t_1) = \left(\sqrt{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2}\right)^2$$

$$t_1^2 c^2 (s_x + r_x t_1)^2 + t_1^2 c^2 (s_y + r_y t_1)^2 = \left[(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2\right]^2 + t_1^2 v^2 (s_x + r_x t_1)^2 - 2(s_x + r_x t_1)^2 t_1 v (s_x + r_x t_1)$$
$$- 2(s_y + r_y t_1)^2 t_1 v (s_x + r_x t_1)$$

$$\begin{aligned}
& t_1^4 \left(c^2 r_x^2 + c^2 r_y^2 - r_x^4 - r_y^4 - 2r_x^2 r_y^2 - v^2 r_x^2 + 2vr_x^3 + 2vr_x r_y^2\right) + \\
& t_1^3 \left(2c^2 r_x s_x + 2c^2 r_y s_y - 4r_x^3 s_x - 4r_y^3 s_y - 4r_x r_y^2 s_x - 4r_x^2 r_y s_y - 2v^2 r_x s_x + 6vr_x^2 s_x + 2vr_y^2 s_x + 4vr_x r_y s_y\right) + \\
& t_1^2 \left(c^2 s_x^2 + c^2 s_y^2 - 6r_x^2 s_x^2 - 6r_y^2 s_y^2 - 2r_y^2 s_x^2 - 8r_x r_y s_x s_y - 2r_x^2 s_y^2 - v^2 s_x^2 + 6vr_x s_x^2 + 4vr_y s_x s_y + 2vr_x s_y^2\right) - \\
& t_1 \left(4r_x s_x^3 + 4r_y s_y^3 + 4r_y s_x^2 s_y + 4r_x s_x s_y^2 - 2vs_x^3 - 2vs_x s_y^2\right) - s_x^4 - d_y^4 - 2s_x^2 s_y^4 = 0
\end{aligned}$$

Calcolo di t_2

$$(t_2 - T)(c + v\cos\varphi_2) = \sqrt{(s_x + r_x t_2 - vT)^2 + (s_y + r_y t_2)^2}$$

$$(t_2 - T) = \frac{\sqrt{[s_x + r_x(t_2 - T) + r_x T - vT]^2 + [s_y + r_y(t_2 - T) + r_y T]^2}}{c + v\cos\varphi_2}$$

$$(t_2 - T) = \frac{\sqrt{[s_x + (r_x - v)T + r_x(t_2 - T)]^2 + [s_y + r_y T + r_y(t_2 - T)]^2}}{c + v\cos\varphi_2}$$

Confrontata con (15.1)

$$t_1 = \frac{\sqrt{[s_x + r_x t_1]^2 + [s_y + r_y t_1]^2}}{c + v\cos\varphi_1}$$

Quindi per calcolare t_2 si può usare la formula per t_1, sostituendo a s_x → $[s_x + (r_y - v)T]$ e a s_y → $[s_y + r_y T]$. Come risultato si ottiene $(t_2 - T)$, quindi sommando T si ottiene il t_2 cercato.

Caso semplice con v e r_x colineari, quindi $s_y = 0$; $r_y = 0$; $\cos\varphi_1$ e $\cos\varphi_2 = 1$

$$t_1(c + v\cos\varphi_1) = \sqrt{(s_x + r_x t_1)^2 + (s_y + r_y t_1)^2}$$ con le condizione poste qui sopra da:

$$t_1(c + v) = s_x + r_x t_1 \qquad t_1[c + (v - r_x)] = s_x \qquad t_1 = \frac{s_x}{c + (v - r_x)}$$

$$(t_2 - T)(c + v\cos\varphi_2) = \sqrt{(s_x + r_x t_2 - vT)^2 + (s_y + r_y t_2)^2}$$ con le condizione poste qui sopra da:

$$(t_2 - T)(c + v) = s_x + r_x t_2 - vT = s_x + r_x t_2 - r_x T + r_x T - vT = s_x + (t_2 - T)r_x - (v - r_x)T$$
$$(t_2 - T)[c + (v - r_x)] = s_x - (v - r_x)T$$
$$t_2 = \frac{s_x - (v - r_x)T + cT + (v - r_x)T}{c + (v - r_x)} = \frac{s_x + cT}{c + (v - r_x)}$$

$$T' = t_2 - t_1 = \frac{s_x + cT - s_x}{c + (v - r_x)} = T\frac{c}{c + (v - r_x)}$$ si vede quindi che l'effetto Doppler dipende dalla differenza di v e r_x , cioè sia il moto della "sorgente" (oggetto che produce la riflessione o la rifrazione) che quello dell'osservatore hanno lo stesso effetto.

Per il suono invece non è la stessa cosa. Inserendo nello sviluppo della formula sopra *c* invece di *c*+v.cosφ si ottiene: $T' = T\dfrac{c-v}{c-r_x}$

16 *Conclusioni*

In quanto ho presentato qui sopra emergono parecchi punti la cui interpretazione non regge.
Anche se certi fenomeni sembra che possano essere spiegati con la TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA, non è escluso che possano essere spiegati anche con un' altra teoria, che non sia in contrasto con il senso comune e che non presenti le incongruenze messe in evidenza nell'esposto precedente.

BIBLIOGRAFIA

[1] Stefano Bordoni, ELEVEREMO QUESTA CONGETTURA … Percorso storico verso la teoria della Relatività Ristretta, Università degli Studi Pavia, gennaio 1995

[2] Robert Resnick, INTRODUZIONE ALLA RELATIVITÀ RISTRETTA, Casa editrice Ambrosiana Milano, ristampa della prima edizione luglio 1992
Titolo originale INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY

[3] Charles Kittel, Walter D. Knight, Malvin A. Ruderman, LA FISICA DI BERKELEY 1 MECCANICA, Zanichelli Bologna, gennaio 1979
Titolo originale MECHANICS

[4] David Halliday, Robert Resnick, FISICA 2, Casa editrice Ambrosiana Milano, terza edizione ottobre 1979
Titolo originale PHYSICS – Part Two

Albert Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik und Chemie, 1905 Leipzig