the general science journal

佛家思想将给数学带来光明——三角函数与双曲函数的“相”及转换

Buddhis Thought will Illuminate Math, Trigonometry, Hyperbolic Functions and Conversions.

刘宇晖（liuyuhui30000@sina.com）

In this paper, Buddhist ideology inspires a new concept in basic mathematics. A new look and interpretation of their mathematical relationships is proposed. Three new phase-change formulas are presented. Trigonometric and hyperbolic functions reveal the heterogeneous nature of holography. This is the Buddhist interpretation of a class of space-time geometry.

摘要：本文在佛家“相”思想的启发下，提出“三角函数相”与“双曲函数相”的基本数学新概念，以此从新审视和诠释其数学关系，提出“三角—双曲函数”概念的“相论观”“公式相”“公式相变”，进而提出了三组全新的相变公式，揭示了三角函数与双曲函数的全息性和多相性。本文属于类时空几何中“佛家诠释”的一部分。

关键词：函数相 多相性　相变

诸相第转流——题记

我们写下现有数学给出的三角函数和双曲函数的基本关系：

（一）第一组关系：

$sinA^2+cosA^2=1$......(1)

$secA^2-tanA^2=1$......(2)

$cscA^2-cotA^2=1$......(3)

(二)第二组关系：

$chB^2-shB^2=1$......(4)

$sechB^2+thB^2=1$......(5)

$cth^B-csch^B=1$......(6)

（三）第三组关系：

sinz=-ishiz......(7)

cosz=chiz......(8)

tanz=-ithiz......(9)

cotz=icthiz.....(10)

从佛家的“相”思想对以上关系有从新的审视。任何事物都有其真相，是此事物的本身。但从不同层次和不同角度认识，同一事物则展现为多种相，具有多相性。在第三组关系中，双曲函数和三角函数可以转换，由此可以看出，所谓“三角函数”和“双曲函数”的本质是“函数相”，两种相之间可以转换或相变。通过这组关系，同时发生了这样的相变：正弦相相变为双曲正弦相，余弦相相变为双曲余弦相，正切相相变为双曲正切相，余切相相变为双曲余切相，等等。这种相变是相互的。因此这揭示了二者是同一种数学实体“三角—双曲函数”的二相性。既然从相论观看来，它们是同一数学实体的自转换，由此就说明，“三角—双曲函数”具有全息自同构的性质。于是提出了如下问题：三角函数相的本身是否也具有自转换的自相变关系？由此我们发现原来所谓“诱导公式”就是自转换的表现，因为，由于诱导公式关系，正弦相相变为余弦相，同时，余弦相转换为正弦相，这是一种诱导，其他的诱导公式则体现了不同的自相变方式。这无疑印证了相论观思想。但一种好思想不仅能使我们具备新眼光，还要有新发现。在此启发下，三角诸函数的对称性一下子展现在我们眼前：（1）式彰显了正弦相与余弦相的对称性，因此正弦变余弦且余弦变正弦后（1）的形式不变。我们称此为（1）的“公式相”不变，未发生“公式相变”。由此（2）（3）也未发生公式相变。但是，现有数学还未理解到不仅正弦和余弦相是对称的，（1）（2）（3）彼此之间是可以相变的，也就是说，如：（1）中正弦相可以相变为（2）中的正割相，同时，（1）中余弦相可以相变为（2）中的正切相。这也是一种对称性。由此有如下数学展现过程和关系：

将（2）变成（2’）:$secA^2+(itanA)^2=1$.....(2’)

令 sinA=secA’,cosA=itanA’......(11),

由（11），公式（1）改写为 $secA'^2+(itanA')^2=1$,即 $secA'^2-tanA'^2=1$.相变为（2）的公式相。由（11）算出：

tanA=secA’/itanA’=-icscA’,cotA=isinA’,secA=-icotA’,cscA=cosA’......(12)

(11)(12)是本文给出的三角函数的自转换关系。是三角函数诸相之间的内部转换。在此转换关系下，（1）（2）（3）彼此间发生了公式相的互变，但总的公式相还是包括（1）（2）(3)三种相，体现为变中的不变性。

不再赘述，本着同样的思想，对于双曲函数我们给出自转换关系：

shB=ithB’,chB=sechB’,thB=ishB’,cthB=-icschB,sechB=chB’,cschB=-icthB’......(13)
结合第三组公式就可导出三角函数相和双曲函数相之间的另一种基本的相变公式：
cosz=sechz’,sinz=thz’,tanz=shz’,cotz=cschz’,secz=chz’,cscz=cthz’......(14)
由（11）（12）（13）（14），并结合诱导公式，可从现有的三角函数和双曲函数公式推出一批新的三角—双曲公式，它们是自同构的，因为，可以说，每一个公式都有多重相，所以在三角公式自身之间，双曲函数公式自身之间，以及，双曲和三角公式之间，都存在着多重对应转换关系。由此发生的几何学的关系构成了一个丰富的研究领域，其最基本的内在关系是有待研究的。并且会同时与欧氏几何罗氏几何，时空学密切相关。
数学本身就是一类神，有它的真体与真相，它有众多的分身，和千百种瑞相，等待着真正的求法者以纯净心态去领悟。