the general science journal

给 i 插上翅膀——复数几何意义的考证

Significance of Research in Plural Number Geometry

Abstract: Proposed that plural number geometry is significant, giving new understanding in *i* operations. Space and time is seen as a revolving spheroid with the permutation group performing as the space and time structure . A clue is identified in the category of the Roche geometric model. This article belongs in the category of the foundation of space and time geometry.

摘要：提出复数几何意义和乘 i 运算的新认识，由此发现时空是旋转球体是以置换群为表现的和时空结构的“类罗氏几何模型”的线索。本文属于类时空几何基础课题。

摘要：实 虚 旋转 罗氏几何

刘宇晖（liuyuhui30000@sina.com）

梦见 i 形似金色蜜蜂，想到它的几何意义还包括空间翻转。——题记
给 i 插上翅膀，让它自由飞翔。不管天地多广，用 i 实现梦想。——《大爱无疆》

在数学中，复数与平面上一点对应，代表从原点到该点所连矢量。复数乘以 i 代表矢量在平面上逆时针旋转 90 度。这就是复数和乘 i 运算的几何意义。本文要说明，复数的几何意义不仅限于此，乘 i 的意义包括空间翻转。为此，分析经典理解的不全面之处。

在一个直角坐标系中，设在第一象限有一点 P(a,b)，与之对应的复数为 z=a+ib,做乘 i 运算，因此得到四个复数 z1=iz=-b+ia;z2=i*z1=-a-ib;z3=i*z2=b-ia;z4=i*z3=a+ib=z.与 z1,z2,z3,z4 分别对应的点为 P1(-b,a),P2(-a,-b),P3(b,-a),P4(a,b)=P.因此按照经典解释，矢量 OP 相继逆时针旋转 90 度 4 次，回到原位，即 OP→OP1→OP2→OP3→OP4。现在有两个问题：1.OP 旋转时，OP1,OP2,OP3 是否同时旋转？2.分析这个解释，有一个特点：复数的实部总与横坐标对应，虚部总与纵坐标对应。但经过思考，可以想到，这种对应不是唯一的方式。从道家思想看，实与虚是相对的，在经典解释中，由于它所规定的对应，横轴与纵轴因此也具有了实与虚的关系。因此，存在两种实与虚，一是一个复数的实部和虚部，一是一个点的横轴与纵轴，但两个“实”并不是必然同一的概念，两个“虚”也是如此，由此看出，经典解释将“实”与“虚”绝对化了，由于实虚相对性，因此体现出，复数与点的坐标有多种对应方式，如，可以令实部与纵坐标对应，虚部与横坐标对应，按这种对应，P(a,b)对应

z’=b+ia，i*z’=-a+ib 对应(b,-a)，代表顺时针旋转 90 度。依次与 i 相乘，按照这种对应法，就代表依次顺时针旋转 90 度回到原位。这就找出另一种解释。

由此可以打开思路，找出更多解释，不仅限于平面，还包括空间翻转。举两例：

例一：用“→”代表对应。令 z=a+ib→(a,b),z1=iz=-b+ia→(-b,-a),代表以 y=-x 为对称轴做空间翻转。z2=i*z1=-a+i(-b)→(-a,-b),代表以 y=x 为对称轴翻转。z3=i*z2=b-ia→(a,-b).以 y 轴为对称轴翻转。

例二：z→(a,b),z1→(a,-b)，z2→(-a,-b)，z3→(-a,b)，z4=z→(a,b)，则代表相继以 x 轴→y 轴→x 轴→y 轴为对称轴翻转后回到原位。

因此，i 使我们超出平面，实现立体飞跃。由于复数与点坐标的对应有多种，因此它的意义统一解释是同时对应多个点，多个矢量。如可列出 z=a+ib 的八个对应点，(a,b),(a,-b),(-a,b),(-a,-b),(b,a),(b-a),(-b,-a),(-b,a).那么，在 z 乘以 i 时，它所代表的八个矢量是同时旋转或翻转的。这在数学上就是八个点集合的一次置换。可发现，它代表的八个矢量的长不变，是复数的模，因此复数的意义就可以推广理解为以 r=(aa+bb)^2 为半径的圆球面。乘 i 的意义就是圆球的旋转，表现为球面每一点所构成集合的一种整体置换。

当将新诠释应用于时空问题时，一个时空(x,ct)就是一个球，由一个复数表示，时空球不同的旋转体现为时空点的置换群。再者，由于复数是二维形式，而球面是三维中的面，因此新诠释解释了为何有球面几何，因为二维的平面几何（复数）与空间的球面可做成内禀对应。又由于球面几何与罗氏几何一一对应，由此可以预见时空具有类罗氏几何的结构。为此，要发展新的复数学极其几何解释——太极复数学，给数学和时空学带来更丰富的认识。