the general science journal

2010年的数学危机和“新不可公约线段”之谜

刘宇晖(liuyuhui30000@sina.com)

摘要：本文介绍类时空几何新探索：论证在欧氏几何和笛卡尔系中不同维向的线段是不可通约的，论证欧氏几何同时意味着非欧几何。

关键词：公约 勾股定理 非欧

The 2010 Crisis in Mathematics

Abstract: This article introduces a new exploration in space and time geometry. It contains proof that Euclidean and Cartesian space geometry are different.

哪怕迈出有把握的微小的一步，都是困难的。——爱因斯坦

历史上发生过三次数学危机，第一次，发现直角三角形斜边与直角边不可公约；第二次，涉及到微积分的严格基础；第三次，集合悖论及其他逻辑和语义悖论。 本文要论述的问题也向数学基础提出了挑战，并且历史轮回般的在新的层面回到与第一次危机相仿的处境，并且与非欧几何发生联系。

在欧氏几何中，通常认为线段都是用同一直尺度量的。毕达哥拉斯学派认为：万物皆数。那时理解的数是整数或整数比，即分数或循环小数，由于“百牛定理”（勾股定理或商高定理）的发现，这一信念被动摇。因为可以证明，两个直角边是一米时，斜边的长度不是直角边的整数倍或分数倍。从此几何学方法得到信任，被认为比起代数更具严格性和普适性，这种局面持续到无理数被发明出来并且获得更广泛的应用。因此，现在在几何中仍然认为线段有同一公约尺度，只是线段比是包括一般实数而已。

现在，我们证明，两个直角边是“新不可公约的”，就是说，一边不是另一边的某个实数倍。这只要证明，两个边不是同一米尺度量出来的即可。

我们知道欧氏几何证明的特点是以特殊表示一般，数学哲学，认识论，现象学者都分析过这些问题，但有一个本质性的方面没有触及到。如最为基础的勾股定理的证明，在证明时，画出一个直角三角形，开始论证直到证明结束，但得到的结论不是：这个三角形三边满足勾股关系，而是，因此，所有的直角三角

形满足勾股定理。这种论证是普适的，不局限于我们为进行证明而画出的那个特殊的三角形。由以上分析，我们可得出结论，一般而言，直角三角形两个直角边都不可公约。若不然，特殊三角形就不会有普适代表性。为什么呢？设我们用同一尺度画出横轴和纵轴，并在横轴上取两点 A,A’，纵轴上取两点 B，B’。因此有两个三角形 OAB,OA’B’.有 OA=3,OB=4;OA’=5,OB’=12.则 OAB 不能代表 OA’B’，因为若可以代表，则 OB 边要伸长 12/4=3 倍变成 OB’；OA 要伸长 5/3 倍变成 OA’。在做了这代换后，原证明可同样施行。但度量 OA 的尺 L1 也随之长 3 倍变为 L1’，度量 OB 的尺 L2 随之长 5/3 倍变为 L2’，并将不成同比例的新尺 L1’,L2’仍标定为 1，这样度量的 OB’和 OB 才能被标度为 4 和 3，从而被两边本来为 4 和 3 的三角形 OAB 所代表，但原尺度之比是 1：1，即同一尺，经伸缩后 L1’:L2’=3：（5/3），不再是同一尺度了，不能重合了。也就是说，尺度不同一，OA’B’才能被 OAB 代表。因此，在承认欧氏几何的普适代表性证明成立的前提下，就不能再承认欧氏的线段是同一尺度测量出来的，那么，在以欧氏几何为基础的笛卡尔坐标系中，X,Y,Z 轴的尺度是不可通约的，就是说，不是差一实数倍的关系。

在时空学中也可给出这个证明，因为洛仑兹变换是满足勾股定理的，其时空坐标系是笛卡尔系，但可证明，三个轴线段不可公约，参见【1】【2】【3】。总结以上，在一个用同一尺度作出的坐标系中，勾股定理不严格成立，因此不是笛卡尔系。这意味着非欧几何不可避免。如果同一尺度坐标系勾股定理成立，就要否定欧氏几何证明的普适性，那也意味着非欧几何。也许会产生新的包容两种几何的新几何。

参考文献：

【1】《（同一尺度）的惯性系不是笛卡尔系》，刘宇晖，海明志杰博客，2010.1
【2】《洛仑兹变换中 y=y’,z=z’不成立》，刘宇晖，海明志杰博客，2010.1
【3】《三维尺度不确定，新原时公式和斜向光速不唯一的简易证法》，海明志杰博客，2010.1