

用“类时空坐标系”替代笛卡尔坐标系的理由及其深远意义

刘宇晖 (Liuyuhui30000@sina.com)

摘要：本文内容构成类时空几何的一个理论基石：证明了笛卡尔坐标系不是洛仑兹变换的充分的几何学框架，建立了全新的“类时空坐标系”，引入“具有两种无穷大长度的C类直线”，同时证明了几何学与时空的全息性，证明洛仑兹变换对任意尺度成立，建立了全新的平行公理，证明了匀速与加速的相对性，给出全息勾股定理，建立欧氏三角与罗氏三角的不可分关联，纠正了几何学传统中的基本认识错误。

关键词：类时空 任意尺度 两种无穷 全息 平行

Substitution of the Cartesian Coordinate System with a Space and Time Coordinate System

Abstract: This article establishes a cornerstone for space and time geometry theory. It has been proven that the Cartesian coordinate system is not the applicable to the Lorentz transformation. A new category of space and time coordinate systems is established.

Introduction There are two kinds of infinities for the length C of a straight line. The geometry of space and time proves that the Lorentz random pair transformation criterion is tenable, and there is established, a new axiom of parallels. Also proven is that the uniform speed and acceleration in relativity, gives total information regarding the pythagorean theorem. It establishes that the Euclidean space triangle and the Roche triangle are not separable. It provides a correction to traditional geometry.

通常认为，惯性系应由笛卡尔坐标系代表，牛顿力学如此认识，相对论也如此。笛卡尔坐标是由同一空间尺度（米尺）做成的，在欧氏几何中如此，也符合实践中的测量习惯。本文要证明这种观念是片面的，笛卡尔坐标系不是时空变换的等价几何学基础，与时空变换等价的几何学基础是全新的“类时空几何坐标系”，以下我们以洛仑兹变换为例证明这一点（对伽利略变换可类似证明）。

一. 洛仑兹变换对任意空间尺度成立

我们假定洛仑兹变换对同一尺度的笛卡尔坐标系成立，则，我们就可证明它也对任意尺度的坐标系成立。写下对笛卡尔坐标系成立的洛仑兹变换：

$$x=a(x'+vt'),x'=a(t'+vx'/cc),y=y',z=z',a=1/(1-vv/cc)^{(1/2)}.....(1)$$

1. 保持横向时空度量不变，先证明对 y, z 轴做任意尺度变换后仍满足洛仑兹变换。令：

$$[y_i]=k_i*y_i,[y'_i]=k_i*y'_i,[z_i]=e_i*z_i,[z'_i]=e_i*z'_i.....(2)$$

其中， y_i 是 y 轴上任取的一个具体的坐标点， z_i 代表 z 轴上任取的坐标点， y'_i 代表 y' 轴上任取的某一坐标点， z'_i 代表 z' 轴的具体坐标点， k_i 和 e_i 为任意系数，由（2）转换后，原坐标数就

对应新坐标数，因此 y, z, y', z' 轴与坐标点对应新的 $[y], [z], [y'], [z']$ 轴上的诸坐标点 $[y_i], [z_i], [y'_i], [z'_i]$ 。因此由 (2) 及 (1)，有： $[y]=[y'], [z]=[z']$ 。而易知新轴是任意尺度的，因为坐标转换系数任意。得证。

2. 再证明对任意尺度的 $[x], [x']$ 轴洛仑兹变换也成立。令 $[x_i]=m_i \cdot x_i, [x'_i]=n_i \cdot x'_i \dots (3)$, m_i, n_i 也是任意系数。带入 (1) 中就解出相应的 $t_i, t'_i, [t_i], [t'_i]$ 。使得当 (x_i, t_i) 与 (x'_i, t'_i) 由洛仑兹变换 (1) 联系时， $([x_i], [t_i])$ 与 $([x'_i], [t'_i])$ 也满足 (1)。具体计算过程如下，对满足 (1) 的 (x_i, t_i) (x'_i, t'_i) 有： $x_i = a(x'_i + v \cdot t'_i), t'_i = a(t'_i + v \cdot x'_i / cc)$ ，因为又要求： $[x_i] = a([x'_i] + v \cdot [t'_i]), [t_i] = a([t'_i] + v \cdot [x'_i] / cc)$ 。由 (3)，就确定了如下关系： $t'_i = [(1/a)x_i - x'_i] / v, t_i = a(t'_i + v \cdot x'_i / cc), [t'_i] = \{(1/a)[x_i] - [x'_i]\} / v, [t_i] = a([t'_i] + v \cdot [x'_i] / cc) \dots (4)$

因此对横轴变换也证明了洛仑兹变换对任意尺度成立。

二. 全新的几何学客体——具有两种无限长度的直线与全息坐标轴

以上我们证明了，笛卡尔坐标系不能为洛仑兹变换提供充分且恰当的几何基础，因此必须发展全新的几何学，为此，本文我们建立“类时空坐标系”的一个较为基本的类型。为此，首先要引入一个全新的几何学客体——具有两种无限长度的直线。这是一种怎样的直线呢？

1. 画出一条直线，按照通常的方法，取一点为原点 o ，再用同一米尺度量，为此直线的任一点确定一个坐标 x_i ，因此这直线就是通常的实数轴，现在，改变度量法，我们在每一次度量时都使用不尽相同的米尺，因此，就在这同一直线上给出了与每一坐标点不同的相对应的新坐标点 $[x'_i]$ ，因此同一个点具有两个坐标数，记 $m_i = [x'_i] / x_i$ ，为比例系数，并令 m_i 恒大于 0。显然原点的两个坐标数还都是 0，对于正半轴上的任意两个点 $x_i, x_j, x_j > x_i$ ，要求 m_j 大于或等于 m_i ，因此， $[x'_j]$ 也大于等于 $[x'_i]$ 。对于负半轴，我们也要求新坐标数的大小关系与相应点的原坐标数大小关系保持一致。特别的，若系数恒等于 1，就是一尺度坐标。
2. 由 1 所确定的坐标法有两种无穷形态，其一是，与由一尺度刻画的坐标数 x_i 有同一个无穷远点，举属于这情况的一个简单例子来说，如对于正半轴，令比例系数 m_i 总大于 1 即可。其二是，新坐标数的无穷远点收敛于某一原坐标数不为无穷大的点 x_i 。属于这情况的一个简单例子是，比如对于正半轴，令原坐标区间 $[0, 2]$ 与新坐标数 $[0, \text{无穷大}]$ 区间按顺序一一对应即可，则 2 与无穷大对应，如令原坐标数 $1, 1+1/2, 1+1/2+1/4, 1+1/2+1/4+1/8, \dots$ 分别对应新坐标数 $1, 2, 3, 4, \dots$ 这样，2 就对应无穷大。一般的，我们知道，在 $[0, \text{无穷大}]$ 区间与一个有限区间 $[0, x_i]$ 按顺序逐点对应总是可以的。这样 x_i 就与无穷大对应。
3. 这种具有两种无限长度的直线是新型客体，迄今为止，通常的几何学直线，我们可分为两类：A 类：欧氏几何，其直线正向有一个无穷远点，负向有一个无穷远点；B 类：非欧几何，直线在正向和负向也分别有一个无穷原点；我们这里提出的直线不属于这两类，而是 C 类：在正向和负向都分别有两种无穷原点，其中的一种无穷远点只是与另一种长度的有限坐标数相对应。
4. 由这 C 类直线，就建立了“类时空全息直线”，因为，一旦一条直线具有了两种无穷大长度，它也就同时具有了无穷种不同的无穷长度。这是由于上述的构造是可无穷递归的。在类时空全息直线中，对于任一程度规型 L 的无穷大长度，都具有居间性，也就是说，有比这度规型更大的度规 L' ，在其中， L 的无穷大只是 L' 的有限长度。另外，又有比 L 更小的度规型 L'' ，使得 L'' 的无穷大只对应于 L 的有限长度。此外，全息直线的度规型也是“稠密”的，即，对于任意两个度规型 L, L' ，都有二者之间的一个度规型 S ，使得， S 的无穷大比 L' 的无穷大小（对应其有限长），但比 L 的无穷大要大。因此一般的，全系直线的度规型也与每一实数按大小依次对应，由此，每一坐标点又具有度规型的意义，大的坐标数代表大的度规型。在此基础上，对坐标点的双重涵义也可做意义上的

无穷递归，于是又有度规型的度规型，度规型的度规型的度规型，无穷无尽。。。。也
就是说，类时空全息直线在意义上也是全息的。因此不仅在一个度规中尺度任意，对度
规型的度规型的衡量尺度也是任意的，这种任意性的总和我们称之为“如意”。“如
意”包含了同一尺度作为一个特例，但不仅限于此，因此，笛卡尔坐标也是一个特例。

5. 由三个彼此垂直的类时空全息数轴 x,y,z 就建立了“类时空坐标系”的基本类型。按照我
们已作出的证明，类时空坐标系为洛仑兹变换提供了相匹配的几何学基础。

三. 意义深远的推论

1.“平行与相交”的几何相对性原理：在类时空平面 $x-o-y$ 中的 x 轴上取一点 A , y 轴上取一点
 B . 线段 AB 既可以看作与 x 轴（或 y 轴）相交，也可看作与轴平行。因为，一点具有无穷的
坐标数。如果取 B 的坐标数为有限值，则 AB 与 Y 轴相交于 B ， AOB 构成一直角三角形，
若取 B 的坐标数为无穷大，则 B 即为 Y 轴的一个无穷远点，因此 AB 与 Y 轴平行。因此，
在类时空几何中，我们证明了传统平行公理的相对性和两可性，由此解释了为什么存在欧
氏几何，罗氏几何和黎曼几何的三种不同的平行公理的假定及其相对相容性。

2. 匀速与加速运动的相对性：在全息空间运动的物体，即可看作做匀速运动，也可看作在
做加速运动。因为全息轴包含了不同的度规，具有非线性的任意联系。相应的时间联系由
(4) 式一般也是非线性的。但参照系之间的速度 v 还保持匀速，但 v 在不同的全息度规中
意义不同，因此是全息匀速运动。若使 v 也具有匀速和加速的多重涵义，则需再做另外的推
广。

3. 洛仑兹变换具有全息的意义：由已给出的全息坐标系，以及 (1) (2) (3) (4) 式，
洛仑兹变换在任意两个全息尺度度规下成立，这包括：a. 在 k' 系和 k 系的任意两个范围为
无穷大的时空尺度之间成立；b. 在一个系的无穷大空间范围和另一系的有限空间范围之间
成立；时间范围由洛仑兹变换也有相应的范围对应；c. 在两系的两个任取的有限空间范围
成立，相应可算出，时间范围（包括坐标时和原时）也是有限的。其实以上三种情况从全息
角度看是一回事，可以如意的运用。结论，时空是全息的，任意局部时空都包含了全体的全
部信息，具有对应的关系。

4. 全息勾股定理及其对传统几何学错误观念的纠正：对于一直角三角形 AOB ，有： $|AO|^2 + |BO|^2 = |AB|^2$ ，其中这三角形的两个直角边 $|AO|, |BO|$ 的数值可以用任意尺度度量的数值。斜边的尺度则要求与直边尺度相协调满足勾股关系。全息勾股定理是连接欧氏勾股定理和罗氏勾股定理的桥梁。以下证明：如果罗氏勾股定理成立，欧氏勾股定理就成立，反之亦然。

证明：设一粒子在 k' 系全息 y' 轴由原点以速度 w 运动了一段距离 OB , 在 k 系中相应的以速度 u 运动了距离 AB , OA 是 k' 系原点在 k 中运动的距离。由洛仑兹变换可以证明全息勾股定理成立。并且可推出如下两个勾股关系：

$$u^2 = v^2 + \{w \cdot (1 - vv/cc)^{(1/2)}\}^2 \dots (5)$$

$$u^2 = w^2 + \{v \cdot (1 - vv/cc)^{(1/2)}\}^2 \dots (6)$$

由 (5) 式或 (6) 式都可推出：

$$1/[1 - uu/cc]^{(1/2)} = \{1/[1 - vv/cc]^{(1/2)}\} * \{1/[1 - ww/cc]^{(1/2)}\} \dots (7)$$

采用双曲余弦和正切函数记号，令

$$chM = 1/[1 - uu/cc]^{(1/2)}, chN = 1/[1 - vv/cc]^{(1/2)}, chR = 1/[1 - ww/cc]^{(1/2)}$$

$$u = c * thM, v = C * thN, w = c * thR \dots (8)$$

则由 (7) (8) 有等价式 (9) 成立： $chM = chN * chR \dots (9)$

在罗氏几何中， M, N, R 构成直角三角形， M 为斜边长度， N, R 为直角边长度。普遍的，
(5) (6) (7) 中 w, v, u 都可赋予长度的意义和量纲，这样，我们就建立了全息欧氏直角
三角形和全息罗氏三角型的对应关系。一个全息罗氏直角三角 (9) 在向两个全息欧氏直角

三角形（5）和（6）分别投射时，除直角投射不变外，还保持一个角投射不变，因为在罗氏直角中，

$\cos \angle N = v/u, \cos \angle N = w/u$ ，与相对应的欧氏角相同，但另一个角在投射中改变了，因为罗氏三角的内角和小于 180 度，有角亏。由此我们证明了，在类时空全息坐标系中，有一个欧氏三角，就有一个罗氏三角，它们与生俱来，同时存在，因为正如我们在第一个推论中证明的，平行与相交是相对的，在这样的全息时空中，必然同时包含了若干来自不同的传统几何领域的经典关系，由此，我们也证明了传统几何学的一个认识是错误的，按照这种认识，勾股定理与欧氏平行公理等价，这其实是在一个尺度下的认识，而对于类时空几何，我们既可由洛仑兹变换导出勾股定理，又证明了平行与相交的相对性，因此在并未采纳欧氏平行公理的前提下证明了勾股定理。因此二者不等价。