

双义相对性原理初探

The Correctness of the Two Relativity Postulates.

Liu Yuhui

刘宇晖 (liuyuhui30000@sina.com)

摘要：本文提出“双义相对性原理”的基本思想，揭示了狭义相对性原理本身固有的双重含义，这一事实是相对论尚未充分明确认识到的，而一旦明确的承认这一点，也就意味着对相对论的本质可以有更好的更深入的理解，对一些问题的处理会更加一目了然。在“双义相对性”思想指导下，本文提出“双义力学 3 定律”，它为牛顿 3 定律赋予了新的意义，弥补了在古典力学和相对论之间的概念断层，从而使之成为相对论力学中的主要建构要素。

关键词：相对性 双义 原时 诠释

一 . 狭义相对性原理的爱因斯坦诠释

匀速运动的相对性及由此导致的相对性原理，自加利略开始有了较为明确的论述，直到在爱因斯坦相对论中成为指导物理学的一条基本原则，其思想内容被大致表达为：

“物理事件在任意惯性系中的演变都遵守相同的物理定律。”

也就是说，不管哪一个惯性系对物理事件的描述都处于平权等效的地位，因此在彼此做匀速直线运动的诸惯性系中，既无法从理论上，也无法从实验上区别出一个特殊的惯性系。

狭义相对性原理的思想内容，从古典物理到相对论的演化过程中是一以贯之的，理解上没有实质的变化，但对这一原理的具体诠释却发生了根本的改变，这种变化是由于相对性原理的历史“危机”以及爱因斯坦的捍卫行动促成的，这里，有必要概括和分析这一过程。

在完整的电磁学理论建立之前，物理学基本上是牛顿物理一统天下的局面，由于牛顿的理论在实践上的巨大成就，除了少数目光独具的物理哲人以外，大多数科学家皆陶醉在万物至理已被找到的错觉中，即使是牛顿本人对自己理论的不满（如重力本质）也被掩盖和遗忘。物理学家普遍相信，一切都可以纳入牛顿框架中，这种信念即使在麦克斯韦方程建立之后依然具有如此之大的惯性，以致于连麦克斯韦，洛伦兹，开尔文，普朗克，彭加勒这些大家都认为电磁学是牛顿物理的补充，电磁学的场概念的全新颖性远远未被认清，电磁学与牛顿物理的内在矛盾也还未被揭露出来。

也就是在这样的历史时刻，爱因斯坦登上了历史的舞台。在吸取前人（如马赫）对牛顿力学的批判意识后，他确立了牛顿理论并非完美神圣的“先天综合命题”，而是可错的可批判的也有证伪可能性的创新意识。其次，由于学习了电磁学的新理论，使他产生了对麦克斯韦电磁方程组的信赖，而后，在他发现牛顿理论与电磁学的冲突后，选择了坚持相对性原理和电磁方程组的基本有效性，进而改造牛顿力学，同时澄清电磁学概念的研究道路。较为

成功的实现了“物理世界是统一的，原则上是简单的”这一科学理想，狭义相对论即是这一努力结出的果实。

在爱因斯坦建立狭义相对论之前，电磁学虽已建立，但是囿于牛顿的机械世界观，对电磁学的理解存在着诸多的混乱和自相矛盾之处，爱因斯坦看到，在电磁物理世界中，实践表明运动的相对性依然成立，如，在实际中，电磁效应只取决于导体和磁体的相对运动，因此相对性原理是成立的，可是，从电磁学当时的理论观点看，究竟导体在运动还是磁体在运动却是理论上完全不同的两回事，而在诸惯性系中，存在着特选的参照系（“以太”），在其中麦克斯韦方程成立，光速为 c ，按照牛顿力学的速度迭加公式，在其他系中同一光运动的速度就不可能是 c 。这是与相对性原理不相容的，因此，要么相对性原理是对的，电磁学方程不正确，要么电磁学方程是对的，相对性原理至少在电动力学领域需要抛弃，似乎别无选择。而当时普遍的认识是，相对性原理在牛顿物理中是成立的，并且与古典速度迭加公式相一致。

爱因斯坦的独创之处在于主张：

1. 没有理由怀疑相对性原理的正确性，即使是在电磁学领域，因为物理世界应是统一的；
2. 电磁方程组是对于任意惯性系有效的，不存在特殊的一个惯性系，因此以太是多余的，电磁学需要重新诠释，正确的诠释应该建立在相对性原理的基础上，相对性原理应被赋予新的具体的内涵，并且与“ c 不变”的假定相容。
3. 因此由于 c 不变与古典速度迭加公式的矛盾，牛顿学说必须改造，因此虽然古典速度加法与伽利略变换与相对性原理相容，却不能提供对相对性原理思想内容的具体的严格成立的解释，而只能作为洛伦兹变换（由相对性原理和 c 不变导出）的近似，相对性原理的具体诠释应落实于洛伦兹变换。

以上几点构成了爱因斯坦对相对性原理诠释的主要内容，由此，一举建立了狭义相对论。

二. 爱因斯坦诠释的重要缺陷及双义相对性原理的提出

限于本文目地，这里接受爱因斯坦诠释的正确性，但尽管如此，在对相对性原理的爱因斯坦诠释中还是存在着一个重要的缺陷。在相对论创立百余年后反思这一切，我们注意到这样一个事实：无论是洛伦兹型（通常的洛变换是一个重要特殊形式）的变换，还是伽利略形式变换，是迄今为止发现的仅有的两种满足相对性原理而又物理意义适当的线性时空变换。这一事实难道是偶然的吗？爱因斯坦诠释没有回答这一问题，而是将伽利略形式变换与相对性原理的符合看做一个历史的误会，美丽的错误，是一个偶然。——“上帝偏爱洛伦兹变换”（仿爱因斯坦的“上帝”语式）——“这是没有道理的”（本文作者的观点）。

尤其是，沿着这一疑问，作者注意到在相对论的理论结构中“原时”的逻辑地位摆放的不当，虽然在相对论中也承认原时的重要性，但是却未把原时一开始就作为理论的原始建构要素，仿佛是相对论结构中派生出的一个重要概念，但其实，无论对于古典物理，还是相对论，无论对于匀速系，还是加速系，也无论参照系的具体变换是怎样的，一个物体的运动

所用的原时对于任意参照系来说都是一样的，是转换不变的，这是在理论建构之先就可以由原时的概念确定下来的，于是就有：

$$T=T'$$

T, T' 代表在 k', k 系中同一运动的原时不变的意义。我们知道，洛变换中的时间量的一般意义是校准时间，那么，自然可以问：**既然有符合相对性原理的校准时间和空间的变换——洛变换，那么，也应有符合相对性原理的原时及空间的相应变换，这一变换的原时变换为 $T=T'$ 。也就是说，没有理由认为，“上帝”只偏爱校准时，只允许参照系变换在校准时空之间进行。**

毫无疑问，满足 $T=T'$ 和相对性原理要求的变换（根据物理学已做过的研究）其横轴变换即： $T=T'$ ； $x=x'+vT'$ 。和伽利略变换形式相同（为简化问题，本文只限于考虑横轴变换），但是意义不同，在伽利略变换中， $t=t'$ 的时间量意义是校准时，变换本身按此意义是洛变换的近似。但 $T=T'$ 是严格成立的，由于不能先验的肯定 x, x', v 的度规与洛变换意义相同，所以我们将变换以不同的符号改写为：

$$[x]=[x']+[v]T'$$

$$T=T'$$

$[x], [x']$ 有空间度规的意义， $[v]$ 有速度度规的意义。并称此变换为“原时伽利略变换”。

由以上分析，相对性原理的完整诠释应包含双重含义——“**双义相对性原理**”：**按照相对性原理，惯性系之间正确的时空变换既包括洛伦兹变换，也包括原时伽利略变换，二者协调一致且互相补充。**由此，爱因斯坦诠释的缺陷就得到了弥补。

三.“伽利略速度”与相对论校准速度的关系

我们称在原时伽利略变换中出现的速度 $[v]$ 为伽利略速度，称在洛变换中使用的速度 v 为相对论校准速度，因为同一运动所花的时间也可以用原时度量，因此有与校准速度 v 相应的“原时速度”，记为 $V_{原}$ ，易知 $V_{原}=v/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ 。那么，在原时伽利略变换中的时间度量用的是原时，是否有 $[v]=V_{原}$ 呢？不会的。由原时伽利略变换的形式容易知道，“伽利略速度”的横向迭加是简单的算术和，而“原时速度”不可能是这样的。这说明，空间度规 $[x], [x']$ 与洛变换中的 x, x' 不同。

为找出 $[v]$ 与 v 的关系，我们考虑一物体在横向的运动，设 k' 系相对 k 以 v 运动，在 k' 中，物体速度为 w ，在 k 中其速度为 u ，有 $u=(w+v)/[1+(wv/c^2)]$ 。按照双义相对性原理的要求，这同一事件也满足原时伽利略变换，因此，从此变换的观点， k' 相对于 k 的伽利略速度为 $[v]$ ，在 k' 中物体的伽利略速度为 $[w]$ ，在 k 中为 $[u]$ ，由原时伽利略变换，易知有 $[u]=[v]+[w]$ 。

我们定义无量纲速度为速度与 c 的比，因此， $[u]/c=[v]/c+[w]/c$ ， $u/c=(w/c+v/c)/[1+(w/c)*(v/c)]$ ，后一等式可等价变形为：

$$(1+u/c)/(1-u/c)=[(1+w/c)/(1-w/c)]*[(1+v/c)/(1-v/c)]$$

因为反双曲正切函数的定义是 $\text{Arth}a=1/2*\ln[(1+a)/(1-a)]$ ，因此将等式两边取对数，即得

$$\text{Arth}(u/c) = \text{Arth}(w/c) + \text{Arth}(v/c)$$

这样就将相对论速度迭加等价的转化成伽利略速度的算术和相加的形式，因此：

$$[u]/c = \text{Arth}(u/c), [w]/c = \text{Arth}(w/c), [v]/c = \text{Arth}(v/c), \text{ 或}$$

$$u/c = \text{th}\{[u]/c\}, w/c = \text{th}\{[w]/c\}, v/c = \text{th}\{[v]/c\}$$

这就是伽利略速度与校准速度的函数关系。由双曲函数的基本运算，可得：

$$u_{\text{原}} = c * (u/c) / \sqrt{1 - (u/c)^2} = c * \text{sh}\{[u]/c\}$$

$$w_{\text{原}} = c * \text{sh}\{[w]/c\}, v_{\text{原}} = c * \text{sh}\{[v]/c\}$$

sh 为双曲正弦符号，ch 为双曲余弦符号，

$$\text{ch}\{[u]/c\} = 1 / \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

$$\text{sh}\{[u]/c\} = (u/c) / \sqrt{1 - (u/c)^2} = (u/c) * \text{ch}\{[u]/c\}$$

$$u/c = \text{sh}\{[u]/c\} / \text{ch}\{[u]/c\} = \text{th}\{[u]/c\}$$

因此相对论横向速度的“和”实质就是双曲正切的和（及差）的公式： $\text{th}(a+b) = (\text{th}a + \text{th}b) / (1 + \text{th}a * \text{th}b)$,

令 $a = [w]/c, b = [v]/c$, 则 $a+b = [w]/c + [v]/c = [u]/c$, 因此：

$$\text{th}\{[u]/c\} = (\text{th}\{[w]/c\} + \text{th}\{[v]/c\}) / (1 + \text{th}\{[w]/c\} * \text{th}\{[v]/c\})$$

$$\text{即 } u/c = [w/c + v/c] / [1 + w/c * v/c]$$

$$\text{即 } u = (w+v) / [1 + (wv/c^2)]$$

$$\text{原时与校准时的关系 } t = T / \sqrt{1 - (v/c)^2} = T * \text{ch}\{[v]/c\}$$

四. 洛变换的双曲表示

仍以前例为例，在 k' 系中，物体在 T' 时间（用原时计量）走过路程 x' , $x' = v * t' = v_{\text{原}} * T'$

原 $* T' = c T' * \text{sh}\{[w]/c\}$, 在 k 系中, $x = c T * \text{sh}\{[u]/c\}$, 由原时伽利略变换, 有

$T = T'$, $[u]/c = [w]/c + [v]/c$, 由双曲正弦和余弦的和的公式:

$$\text{sh}\{[u]/c\} = \text{sh}\{[w]/c + [v]/c\}$$

$$= \text{sh}\{[w]/c\} \text{ch}\{[v]/c\} + \text{ch}\{[w]/c\} \text{sh}\{[v]/c\}$$

$$\text{ch}\{[u]/c\} = \text{ch}\{[w]/c + [v]/c\}$$

$$= \text{ch}\{[w]/c\} \text{ch}\{[v]/c\} + \text{sh}\{[w]/c\} \text{sh}\{[v]/c\}$$

由前述得到的关系,

$$\text{sh}\{[u]/c\} = x/cT, \text{sh}\{[w]/c\} = x' / cT',$$

$\text{ch}\{[w]/c\} = t' / T'$, 带入双曲正弦和的公式, 得:

$$x/cT = \{1 / \sqrt{1 - (v/c)^2}\} * \{ x' / cT' + (t' / T') * (v/c) \}$$

消去 c, T 和 T' , 就得到洛变换的空间变换部分。

由 $\text{ch}\{[u]/c\} = t/T, \text{ch}\{[v]/c\} = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$,

$$\text{sh}\{[v]/c\} = (v/c) / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$\text{sh}\{[w]/c\} = x' / cT', \text{ch}\{[w]/c\} = t' / T'$$

将以上关系带入双曲余弦和的公式并消去 c, T, T' 就可直接得到洛变换的时间变换部分。

因此洛变换可归结为双曲正弦与余弦的和公式, 这一点研究者已有认识（就作者极有限的文献知识, 我国学者陈淑愚在他的《物理空间》中明确的指出了这一点[1], 其他中外研究者在此方面的工作本文作者不了解, 若有遗漏, 请见谅), 本文作者认为, 从双义相对性原理的角度出发可对此有更清晰的理解。

五. 双义力学三定律及应用举例

在古典力学中, 与牛顿三定律一致的是伽利略变换, 由于相对论的工作, 我们知道伽利略变换不能严格成立, 这使得在相对论中牛顿三定律的概念衔接成为一个基本问题, 在相对

论中运用了闵可夫斯基的四维时空诠释，四维张量，四维力的较为复杂抽象的说法。但是，由双义相对性原理，与伽利略变换形式相同的原时伽利略变换是严格成立并与洛变换协调一致，因此可直接在原时伽利略变换的意义上直接建立与牛顿 3 定律相仿的**双义力学 3 定律**，表述如下：

第一定律(惯性定律)：物体在不受力的情况下总保持其原来的静止或匀速直线运动态，速度由伽利略速度描述，经转换后也可由相对论校准速度描述。

第二定律：物体的“伽利略加速度”定义为 $a=d[v]/dT$ ($[v]$ 为物体的伽利略速度， T 为运动所花的原时)，物体由于受力所获得的伽利略加速度与所受外力的大小成正比，与自身的质量成反比， $a=F/m$ ，或 $F=ma$ 。

第三定律：作用力与反作用力大小相等方向相反。力的度规由第二定律定义。

由上述，立即得到： $F=md[v]/dT$ 。因为， $dT=dt/\text{ch}\{[v]/c\}$ ，因此， $F=mc*\text{ch}\{[v]/c\}d\{[v]/c\}/dt=mc*d(\text{sh}\{[v]/c\})/dt$
 $=d\{mv/\text{根号}[1-(v/c)^2]\}/dt$

因此按照相对论的动量概念 $F=dP/dt$ ，得到动量的相对论表达式 $P=mv/\text{根号}[1-(v/c)^2]$ ，也可用伽利略速度和双曲正弦表达为 $P=mc*\text{sh}\{[v]/c\}$ 。

我们计算动能

$$E=\int(Fds)=\int(Fvdt)$$

$$=\int mvc*d(\text{sh}\{[v]/c\})=\int m(c^2)*(v/c)*d(\text{sh}\{[v]/c\})$$

由于 $v/c=\text{th}\{[v]/c\}$ ，故

$$E=\int m(c^2)*d\text{ch}\{[v]/c\}$$

$$=m(c^2)/\text{根号}[1-(v/c)^2]-m(c^2)$$

与相对论一致而概念上由于引入了三定律而更清楚简洁。

本文讨论的最后一个例子是匀加速运动，在相对论中，如果只考虑校准时间，那么物理世界就根本没有匀加速运动，这是令人惊讶而不能满意的。但按照双义力学第二定律，匀加速运动是一种很基本的运动，即用“ $a=d[v]/dT=\text{常数}$ ”简单的描述。由此我们计算一静止物体受恒力 F 的作用后的运动特点：由第二定律，受恒力作用，物体产生匀加速运动， $a=\text{常数}=d[v]/dT$ ，因此，

$$[v]=aT, dt=\text{ch}\{[v]/c\}dT,$$

$$t=\int[\text{ch}(aT/c)dT]=(c/a)*\text{sh}(aT/c)=(c/a)*\text{sh}\{[v]/c\}$$

$$=(v/a)/\text{根号}[1-(v/c)^2]=\{v/[v]\}*\text{ch}\{[v]/c\}*T$$

上式描述了匀加速运动中原时与校准时间及速度的关系。下面求运动路程 s 和瞬间校准速度 v 。

$$S=\int(V_{\text{原}}dT)=\int c*\text{sh}\{[v]/c\}dT$$

$$=\int c*\text{sh}(aT/c)dT$$

$$=(c^2/a)*(\text{ch}\{[v]/c\}-1)$$

$$\text{由 } v/c=\text{th}\{[v]/c\}, \text{ 得 } v=c*\text{th}(aT/c)$$

以上讨论的结果在相对论中也可得到[2]，但是此处的处理更为明了，意义更为清晰。

参考文献：

- [1] 《物理空间》，陈淑愚著，中国铁道出版社，1987年7月第一版。
- [2] 《相对论》，泡利著，凌德洪 周万生译，上海科学技术出版社，1979年6月第一版。