

# 惯性系变换中的时空太极——“光速最大”的“速率因果观”与洛变换不相容暨无穷大变换及分组变换

Inertia and the Transformations of Space and Time

Liu Yuhui

刘宇晖 ( [liuyuhui30000@sina.com](mailto:liuyuhui30000@sina.com) )

**摘要** :本文在提出洛变换的新的协变性质的基础上证明了光速最大及速率因果观是不符合洛变换的, 提出速率圆模型, 证明光子有两个速率, 否定了相对论收缩因子论证的有效性, 得出无穷大速度系变换, 得出本系和异系四象变换, 提出了惯性系的阴阳分组结构, 指出完整的惯性系变换展示出时间空间互为阴阳互相转化(互换系数为  $c$  或  $-c$ )的时空太极图景。本文是类时空几何的又一重要示例。

**关键词**: 时空太极 转化 速率圆 分组 阴阳 四象 无穷大

无极生太极, 太极生两仪。——《易经》

一阴一阳谓之道。——《易经》

## 一. 洛变换不允许光速最大之证明

**证法一**: 用反证法。设在洛变换中光速最大成立。设  $k'$  系相对于  $k$  系以速度  $v_1$  运动,  $v_1$  是在  $k$  系以  $x_1, y_1, z_1, t_1$  为度规的类时空  $k_1$  度规下量得的,  $k'$  的一个类时空记为  $k_1'$ , 其类时空度规为  $x_1', y_1', z_1', t_1'$ , 并设  $k$  系的类时空  $k_1$  与  $k'$  系的  $k_1'$  类时空有洛变换联系:  $X_1 = a(x_1' + v_1 * t_1')$ ,  $t_1 = a(t_1' + v_1 * x_1' / (c * c))$ ,  $y_1 = y_1'$ ,  $z_1 = z_1'$ ,  $a = 1 / \sqrt{(1 - v_1^2 / c^2)}$  …… (1)

对  $k_1$  做变换:  $x_2 = -x_1, t_2 = -t_1, y_2 = y_1, z_2 = z_1$ , 称为“本系类时空反演变换”, 得到以  $x_2, y_2, z_2, t_2$  为度规的类时空, 记为  $k_2$ ,  $k_1$  与  $k_2$  没有相对运动, 因此都从属于  $k$  系, 是  $k$  系的两个类时空。对  $k_1'$  做“本系类时空反演变换”:  $x_2' = -x_1', t_2' = -t_1', y_2' = y_1', z_2' = z_1'$ , 得到以  $x_2', y_2', z_2', t_2'$  为度规的类时空  $k_2'$ , 同理,  $k_1'$  与  $k_2'$  都是  $k'$  系的

类时空。易算出,  $k_2$  与  $k_2'$  之间洛变换成立:

$$x_2 = a(x_2' + v_1 t_2'), t_2 = a(t_2' + v_1 x_2' / (c * c)), y_2 = y_2', z_2 = z_2', \dots (2)$$

按假设, 在洛变换中, 物体运动速度不超过光速, 因此对于洛变换 (1) (2), 由  $|x_1/t_1| < c, t_1 > 0, |x_2/t_2| < c, t_2 > 0$  代表非光速物理运动, 但是, 这是自相矛盾的, 因为, 当某物体的运动满足  $|x_1/t_1| < c, t_1 > 0$  时, 由  $k_1$  和  $k_2$  的本系类时空反演变换关系, 有该物体在  $k_2$  中的运动满足  $|x_2/t_2| < c, t_2 < 0$ , 与  $t_2 > 0$  的要求矛盾。因此, 在洛变换中, 光速不是最大速度得证。

**证法二:** 对  $k_1$  类时空做如下变换:  $x_3 = x_1, y_3 = y_1, z_3 = z_1, t_3 = -t_1$ , 得到以  $x_3, y_3, z_3, t_3$  为度

规的  $k_3$  类时空: 称此为“本系类时间反演变换”, 并对  $k_1'$  也做“本系类时间反演变换”, 得到以  $x_3', y_3', z_3', t_3'$  为度规的  $k_3'$  类时空:  $x_3' = x_1', y_3' = y_1', z_3' = z_1', t_3' = -t_1'$ , 易知,  $k_1, k_3$  类时空相对静止, 同属  $k$  系,  $k_1', k_3'$  类时空也相对静止, 同属  $k'$  系, 易算出:  $x_3 = a * [x_3' + (-v) * t_3'], t_3 = a * [t_3' + (-v) * x_3' / (c * c)]$

$$y_3 = y_3', z_3 = z_3', a = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} \dots (3)$$

因此,  $k$  系  $k_3$  类时空与  $k'$  系的  $k_3'$  类时空也满足洛变换, 在  $k_3$  度规下  $k'$  系相对  $k$  系的速度是  $-v$ 。若光速最大, 与证法一同理, 对洛变换 (1), 有  $|x_1/t_1| < c, t_1 > 0$  代表非光速物理运动, 对洛变换 (3), 该运动应满足  $|x_3/t_3| < c, t_3 > 0$ , 但这是不可能的, 因为  $t_3 = -t_1$ , 当  $t_1 > 0$  时,  $t_3 < 0$ 。得证。

**证法三:** 对  $k$  系的类时空  $k_1$  做如下的“异系类时空互易变换”得到以  $x_{j1}, y_{j1}, z_{j1}, t_{j1}$

为度规的类时空  $j_1$ :  $X_{j1} = c * t_1, t_{j1} = x_1 / c, y_{j1} = y_1, z_{j1} = z_1$

同样对  $k'$  系的类时空  $k_1'$  做“异系类时空互易变换”得到以  $x_{j1}', y_{j1}', z_{j1}', t_{j1}'$  为度规的类时空  $j_1'$ :  $X_{j1}' = c * t_1', t_{j1}' = x_1' / c, y_{j1}' = y_1', z_{j1}' = z_1'$

易算出,  $j_1, j_1'$  满足洛变换:  $X_{j1} = a * (x_{j1}' + v * t_{j1}'), t_{j1} = a * (t_{j1}' + v * x_{j1}' / (c * c)), Y_{j1}' = y_{j1}, z_{j1}' = z_{j1}, a = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} \dots (4)$

按光速最大假设, 非光速物理运动在洛变换 (1) 中满足  $|x_1/t_1| < c, t_1 > 0$ , 在洛变换 (4) 中满足  $|x_{j1}/t_{j1}| < c, t_{j1} > 0$ 。但是这是自相矛盾的要求, 因为按“异系类时空互易变换”关系, 当  $|x_1/t_1| < c$  时, 因  $x_{j1} = c * t_1, t_{j1} = x_1 / c$ , 所以:  $|x_{j1}/t_{j1}| = |c * t_1 / (x_1 / c)| > c$

## 二 . 速率因果观与洛变换不相容之证明

本文所说的“速率因果观”主要包括以下内容:

1. 约定时钟随时间流逝其读数由小到大单调递增; 在同一地点发生的两个事件, 时间坐标较大的事件较晚发生, 时间坐标由事件发生地点的时钟读数给出; 同地事件的早晚关系是绝对的;
2. 当物体从甲地运动到乙地, 则事件“到达乙地”晚于“从甲地出发”, 并且, 当物体从甲地出发经过一个运动过程回到甲地, 则“回到甲地”晚于“从甲地出发”;
3. 因此, 当物体做从甲地出发又返回乙地的双程运动, 最大速率不超过无穷大, 回到甲地时的时钟读数应大于从甲地出发时的时钟读数; 考虑到惯性系时空均匀性, 则物体单程速率也不超过无穷大, 并且因此, 当物体从甲地出发运动到乙地, 事件“到达乙地”的时间坐标数必然大于事件“从甲地出发”的时间坐标数;
4. 因此, 无论双程还是单程运动, 运动所花的时间都不会是负数, 物体速率总是正数。

无论古典物理还是相对论, 一致赞同如上的“速率因果观”, 相对论与古典物理在速率极限方面的不同只是主张最大速率是  $c$  而不是无穷大. 以下证明速率因果观与洛变换不相

容。

### 1. 同地事件的早晚关系不是绝对的

证明：设在  $k_1$  类时空同一空间点发生两个事件  $p, q$ 。事件  $p, q$  发生的时点分别为  $t_p, t_q$ 。则在类时空  $k_2, k_3$  中，由变换关系，这两事件仍是同地发生，但  $p$  事件的时点为  $-t_p, q$  事件的时点为  $-t_q$ ，因此，这两事件在  $k_1$  中的早晚关系与在  $k_2, k_3$  中完全相反，因此同地事件早晚关系并不总是转换不变的，不是绝对的。

2. 因此，建立在早晚绝对性基础上的速率因果观 2—4 款的观点与洛变换不相容。

## 三 . 属于洛变换的观点是一切速率都必然存在的观点 ( 速率圆模型 )

在速率因果观中，主张一切速率都存在，不过就是说速率的取值在  $[0, \text{正无穷大}]$  整个区间，相对论与古典物理的争执也不过是说速率的确切区间是  $[0, c]$ ，但是我们已经证明在洛变换中速率因果观不成立。物体运动的校准时间必然包括负值，并且负值时间没有限制，这是传统观点的盲点，以下考察说明了这意味什么：

设甲乙两地相距  $s$  米，无数物体同时从甲地出发，出发时甲地钟读数为 0，诸物体速率不同，所以沿甲乙连线运动到乙地时，到达的乙地时点不同，速率越大，到达时乙的时钟读数越小，因此负无穷大速率和正无穷大速率是一个速率，我们统称无穷大速率。当物体以无穷大速率到达乙地时的时点为 0，所花费的校准时间为 0，当物体速率小于无穷大，到达时点是正数，运动所花时间为正数，速率为正数，当运动速率超过无穷大，到达时点为负数，速率为负数。因此在物理上与数学上有不同：

负数速率  $>$  无穷大速率  $>$  正数速率

但是正数速率之间的排序与数学一致，负数速率之间的排序与数学也一致。如果用数轴形象表示速率的排序关系，则应将数轴的正无穷大远点与负无穷大远点视为一个点，这样，速率数轴就是一个首尾相连的封闭的圆形的形象。想象一个指针从 0 点出发，向正数增加方向运动，到达正无穷即负无穷远点后继续运动，进入负数轴区，并沿负数增加方向返回原点。指针的这一运动过程也正是速率大小的从小到大的排序过程。

特殊的，0 是最小速率也是最大速率，这可以理解为：物体从甲到乙花了无穷大时间，花正无穷大为最慢，花负无穷大为最快，但是  $+0, -0$  是没有区分的。

由类时空变换可严格证明速率圆模型：设一物体在类时空  $k_1$  中运动速率为  $v, v > 0$  且小于或等于  $c$ 。在类时空中  $k_3$  中其速率  $-v, -v < 0, |v|$  小于或等于  $c$ ，为负速率运动。在类时空  $j_1$  中，其速率为  $c \cdot c/v$ ，对类时空  $j_1$  施以“本系类时间反演变换”则得到类时空  $j_2$ ，在  $j_2$  中物体为负速率运动  $-c \cdot c/v$ 。  $v, -v, c \cdot c/v, -c \cdot c/v$  覆盖了一切正速率和负速率，因此速率圆中一切速率都必然存在。

至此，已不难看出为何相对论以收缩因子为由否定超光速的论证为何是无效的。由收缩因子固然可得  $|v| < c$ ，却不能说  $v$  一定代表低于光速的速率，因为若  $v$  是负速率，即使满足  $|v| < c$  也是超光速，此外，与收缩因子论点不协调的是在横向的相对论速度相加公式中没有出现收缩因子，也就是说，速度公式本身却没有对速度取值的任何限制，按速度公式来说，收缩因子中允许的速率定义域只是速度公式中速率定义域的一部分，丢失了满足  $|v| > c$  的正速率，负速率和无穷大速率。再结合速率圆模型的必然存在的证明，就可以得出结论说，相对论的惯性系变换是不完整的，也就是说，洛变换是完整变换之一而不是唯一和全部。本文要得出完整解。

另外，将洛变换中将  $x=ct$  时， $x' = ct'$ ； $x=-ct$  时， $x' = -ct'$  诠释为光速不变是片面的，这只有当  $t, t' > 0$  时成立，当  $t, t' < 0$  时则代表以速率  $-c$  运动的逆光子，可以证明，逆光子与普通光子必然是同一粒子，因此光子必然有两种速率  $c, -c$ 。在完整的惯性时空变换中，在横向运动的光子在转换后其方向也存在改变和不改变两种情况，这与在洛变换中不在

横向运动的光子在惯性系转换后与横向夹角也改变（即改变了方向）的情况协调，而相对论观点认为横向光子运动方向转换后绝对不变则与此不协调。

证明光子即逆光子是容易的，在  $k_1$  类时空中运动的普通光子，在  $k_3$  类时空中的速率为  $-c$ ，得证。

#### 四. 类时空分子，本系四象变换，异系四象变换 ( $|v| < c$ )

对类时空进行“本系恒等变换”则得到这类时空自身，记此变换为  $(+, +)$ ，第一个+代表横向类空间量未改变，第二个+代表类时间量未变，按此记法，“本系类时间反演变换”为  $(+, -)$ ，“本系类时空反演变换”为  $(-, -)$ ，“本系横向类空间反演变换”则为  $(-, +)$ 。如对  $k_1$  类时空施以  $(-, +)$ ，则得到以  $x_4$  为横向类空间量以  $t_4$  为类时间量的  $k_4$  类时空 ( $y, z$  不改变，故不写出)： $X_4 = -x_1, t_4 = t_1$ 。

称  $K_1, k_2, k_3, k_4$  类时空构成一个类时空分子  $k$ ，类时空分子  $k$  的时空量可用  $(x, t)$  一般的标记，可代表  $k_1, k_2, k_3, k_4$  等 4 个类时空原子中的任意一个。称  $(+, +)$ ， $(+, -)$ ， $(-, +)$ ， $(-, -)$  为本系四象变换，可以证明对变换乘法本系四象变换构成一个交换群，并可列出如下性质：

$(+, +) = (+, +) * (+, +) = (+, -) * (+, -) = (-, +) * (-, +) = (-, -) * (-, -)$   
 即每一变换是自身的逆元，且有如下乘法表：

*	(+, +)	(+, -)	(-, +)	(-, -)
(+, +)	(+, +)	(+, -)	(-, +)	(-, -)
(+, -)	(+, -)	(+, +)	(-, -)	(-, +)
(-, +)	(-, +)	(-, -)	(+, +)	(+, -)
(-, -)	(-, -)	(-, +)	(+, -)	(+, +)

对分子中的任意原子分别施以本系四象运算，就得到了整个分子，因此四原子是平权的，这由本系四象变换的逆变换的对称协变性质也可体现出来，对原子的运算有下表：

*	(+, +)	(+, -)	(-, +)	(-, -)
K1	k1	k3	k4	k2
K2	k2	k4	k3	k1
K3	k3	k1	k2	k4
K4	k4	k2	k1	k3

$K$  系的类时空分子  $k$  与  $k'$  系的类时空分子  $k'$  构成一个类时空分子对，记为  $k-k'$ ， $k'$  分子也包含四个类时空原子  $k_1'$ ， $k_2'$ ， $k_3'$ ， $k_4'$ 。因此分子对包含了  $4*4$  个异系原子变换，但可归纳为四个类型，称为异系四象变换，仍用  $(+, +)$ ， $(+, -)$ ， $(-, +)$ ， $(-, -)$  表示，全部列出如下：

1. 异系  $(+, +)$  变换：

$$\begin{aligned} K1 * (+, +) & \text{---} k1' * (+, +) \\ K1 * (+, -) & \text{---} k1' * (+, -) \\ K1 * (-, +) & \text{---} k1' * (-, +) \\ K1 * (-, -) & \text{---} k1' * (-, -) \end{aligned}$$

2. 异系  $(-, -)$  变换

$$\begin{aligned} k1 * (+, +) & \text{---} k1' * (-, -) \\ k1 * (+, -) & \text{---} k1' * (-, +) \\ k1 * (-, +) & \text{---} k1' * (+, -) \\ k1 * (-, -) & \text{---} k1' * (+, +) \end{aligned}$$

3. 异系  $(-, +)$  变换

$$\begin{aligned} K1 * (+, +) & \text{---} k1' * (-, +) \\ K1 * (+, -) & \text{---} k1' * (-, -) \end{aligned}$$

4. 异系  $(+, -)$  变换

$$\begin{aligned} k1 * (+, +) & \text{---} k1' * (+, -) \\ k1 * (+, -) & \text{---} k1' * (+, +) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
K1*(-,+) \underline{\quad} k1'*(+,+) & k1*(-,+) \underline{\quad} k1'*(-,-) \\
K1*(-,-) \underline{\quad} k1'*(+,-) & k1*(-,-) \underline{\quad} k1'*(-,+)
\end{array}$$

由于  $k1$  与  $k1'$  由洛变换联系, 由前面已作出的计算, 对  $k1$  和  $k1'$  同时施以相同的本系四象变换, 得到的新类时空原子之间仍满足洛变换, 这就是异系  $(+, +)$  变换表的意义, 因此, 异系  $(+, +)$  变换就是洛变换, 由于每一异系变换是同一类型, 因此为找到该变换只要选取该列表中任意原子对进行计算, 然后再做一般形式表达即可。

对于异系  $(-, -)$  变换, 选第一行计算:  $k1*(+, +) \underline{\quad} k1'*(-, -)$ . 因为:

$$X1=a(x1' +vt1'), t1=a[t1' +v*x1' / (c*c)] \dots\dots (A)$$

$$K1*(+, +): x1*(+, +)=x1, t1*(+, +)=t1$$

$$K1'*(-, -): x2' =x1'*(-, -)=-x1', t2' =t1'*(-, -)=-t1', 得到$$

$$-x1=a(x2' +v*t2'), -t1=a[t2' +v*x2' / (c*c)]$$

不计较原子的特殊性用分子符号表达这一类型变换即:

$$-x=a(x' +vt'), t=a(t' +vX' / (c*c))$$

对于异系  $(-, +)$  变换的计算, 此变换即在规定两系横向正向相反下的变换, 由:

$$K1'*(-, +): x' =x1'*(-, +)=-x1', t' =t1'*(-, +)=t1', 代入(A)得:$$

$$X1=a(-x' +v*t'), t1=a(t' -v*x' / (c*c)), 表达为类型式为:$$

$$X=a(-x' +v*t'), t=a(t' -v*x' / (c*c))$$

$$对异系(+, -)变换的计算: k1'*(+, -): x' =x1'*(+, -)=x1', t' =t1'*(+, -)=-t1'$$

$$代入(A)得: x1=a(x' -v*t'), t1=a(-t' +v*x' / (c*c)), 一般符号表达为:$$

$$X=a(x' -v*t'), t=a(-t' +v*x' / (c*c))$$

由此我们得到了  $|v|<c$  时的变换组。反思爱因斯坦对洛变换的推导[1], 在得到

“ $a*a=1-v^2/c^2$ ”, 后直接取正值  $a=1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ , 而忽略了“ $-1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ ”, 在相对论框架中不可能认识到负解的意义, 同样, 若规定两系横向正向相反, 也可得到一正一负两解。在洛变换中, 时间和横向空间完全对称, 物体既可在空间上前进和后退, 也可在时间上前进和后退, 这是不可避免的结论。

异系四象变换有一个基本性质: 对由任一异系四象变换联系的两个类时空, 同时施以同一个本系四象变换, 所得到的两个新的类时空仍由该异系变换相联系, 我们称为异系四象变换相对本系四象变换的协变性。在对光速不是最大的证明中利用了这个重要性质。

## 五. 时空太极

注意到+号与易经中“—”的对应, -号与“— —”的对应, 以及+, -号的空间, 时间变换的意义, 由此我们领悟出: 时间和空间互为阴阳, 共同组成时空太极。

在异系四象时空变换中, 空间量由异系时间量和空间量共同组成, 时间量也如此, 体现了阳中自有阴阳, 阴中自有阴阳的道家易理, 时空的丰富变换体现了时空阴阳的此消彼长互相转化的动态过程。那么, 时空的阴阳转化如何明确体现呢? 这就是在证法三中已出现的异系类时空互易变换, 但也有四个类型。

设在  $k$  系中有由四个类时空原子  $k1, k2, k3, k4$  组成的一个类时空分子  $k$ , 在  $j$  系中有由四个类时空原子  $j1, j2, j3, j4$  组成的一个类时空分子  $j$ , 且  $k1$  和  $j1$  满足:

$$X1=c*tj1; t1=xj1/c \dots\dots (B)$$

由于  $K1, k2, k3, k4$  由本系四象变换联系,  $j$  系中  $j1, j2, j3, j4$  则由  $j$  系的类时空原子  $j1, j2, j3, j4$  组成, 因此,  $k-j$  分子对中仍有  $4*4=16$  个具体变换, 但仍然可归纳为 4 个类型, 因此只从  $k1$  和  $j1$  的变换出发就可得到:

$$(1) 令 (xj, tj)=(xj1, tj1)*(+, -)=(xj1, -tj1), 有 xj=xj1, tj=-tj1, 代入 (B) 中得 x1=-c*tj, t1=xj/c, 表达为一般式: x=-c*tj, t=xj/c$$

(2) 令  $(x_j, t_j) = (x_{j1}, t_{j1}) * (-, +) = (-x_{j1}, t_{j1})$ , 有  $x_j = -x_{j1}, t_j = t_{j1}$ , 代入 (B) 得,  $x_1 = c * t_j, t_1 = -x_j / c$ , 一般式:  $x = c * t_j, t = -x_j / c$

(3) 令  $(x_j, t_j) = (x_{j1}, t_{j1}) * (-, -) = (-x_{j1}, -t_{j1})$ , 有  $x_j = -x_{j1}, t_j = -t_{j1}$ , 代入 (B) 中得:  $x_1 = -c * t_j, t_1 = -x_j / c$ , 一般式:  $x = -c * t_j, t = -x_j / c$

以上 4 个变换体现了时空阴阳的互换转化, 时间和空间的当量转化率为  $c$  或  $-c$ 。

令  $x_j = 0, t_j$  不等于 0, 计算出  $x/t =$  无穷大, 因此我们实际上得到了当两个系以无穷大速度相互运动时的变换, 就是时空互易变换。

由此, 我们打开了相对论的一个缺口, 在相对论的认识中, 所有横向运动的惯性系都是以小于光速运动的, 但是, 由本文的论述, 所有横向惯性系其实分成互为阴阳的两个系组, 组内的系相互以  $|v| < c$  运动, 速率可正可负, 因此可小于光速率也可大于光速率。对于一个组中的任一系, 在另一组中都可找到一个相对它以无穷大速度运动的系, 两系的时空发生阴阳互换。由此, 两组横向惯性系也合为一个时空太极。

## 六. $|w| > c$ 的异系四象变换

在横向上, 设一组内有两个系,  $k'$  系相对  $k$  系以速度  $v$  运动,  $|v| < c$ , 在另一惯性系组内, 有  $j$  系相对于  $k$  以无穷大速度运动, 则可以证明  $k'$  与  $j$  的相对速度  $w$  满足  $|w| > c$ , 下面导出  $k'$  和  $j$  的变换。 $k'$  系类时空原子  $k_1', k_2', k_3', k_4'$  与  $j$  系类时空原子  $j_1, j_2, j_3, j_4$  有  $4 * 4 = 16$  个具体变换, 但仍然可以归结为 4 个变换类型,

1. 由已述  $k_1$  与  $k_1'$ ,  $k_1$  与  $j_1$  有:

$$x_1 = a(x_1' + v * t_1'), t_1 = a[t_1' + v * x_1' / (c * c)] \dots \dots (C)$$

$$x_1 = c * t_{j1}, t_1 = x_{j1} / c \dots \dots (D)$$

$$\text{得到: } t_{j1} = a(x_1' / c + v * t_1' / c), x_{j1} = a(c * t_1' + v * x_1' / c) \dots \dots (E)$$

令  $x_1' = 0, t_1'$  不为 0, 算出  $w = x_{j1} / t_{j1} = a * c * t_1' * c / (a * v * t_1') = c * c / v$ , 即  $v = c * c / w$ ,

$$\text{代入 (E) 得: } t_{j1} = a(x_1' / c + c * t_1' / w) = a * c / w * [t_1' + w * x_1' / (c * c)] \dots \dots (F)$$

$$x_{j1} = a(c * t_1' + c * x_1' / w) = a * c / w * (x_1' + w * t_1') \dots \dots (G)$$

称此为异组异系 (+, +) 变换, 表达为一般式:

$$t_j = b * [t' + w * x' / (c * c)], x_j = b * (x' + w * t')$$

$$b = a * c / w = (c / w) / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = (c / w) / \sqrt{1 - c^2 / w^2}$$

2. 对  $t_{j1}, x_{j1}$  做本系 (-, -) 变换,

令  $(x_j, t_j) = (x_{j1}, t_{j1}) * (-, -) = (-x_{j1}, -t_{j1})$ ,  $x_j = -x_{j1}, t_j = -t_{j1}$ , 代入 (F) (G) 并整理为一般式得:  $-t_j = b * [t' + w * x' / (c * c)], -x_j = b * (x' + w * t')$  —— 异组异系 (-, -) 变换,  $k'$  相对  $j$  以  $w$  运动。

3. 对  $t_{j1}, x_{j1}$  做本系 (+, -) 变换,

令  $(x_j, t_j) = (x_{j1}, t_{j1}) * (+, -) = (x_{j1}, -t_{j1})$ ,  $x_j = x_{j1}, t_j = -t_{j1}$ , 代入 (F) (G) 并整理为一般式:

$-t_j = b * [t' + w * x' / (c * c)], x_j = b * (x' + w * t')$  —— 异组异系 (+, -) 变换,  $k'$  相对  $j$  以  $-w$  运动。但当我们统一设定  $k'$  相对  $j$  以  $w$  运动, 则需要改写:

$$-t_j = a * (c / -w) * (-1) [t' - (-w) * x' / (c * c)], x_j = a * (c / -w) * (-1) [x' - (-w) * t']$$

因此可改写为: 当  $k'$  系相对  $j$  系以  $w$  运动时,  $t_j = b * [t' - w * x' / (c * c)], -x_j = b * [x' - w * t']$

4. 对  $t_{j1}, x_{j1}$  做本系 (-, +) 变换,

令  $(x_j, t_j) = (x_{j1}, t_{j1}) * (-, +) = (-x_{j1}, t_{j1})$ ,  $x_j = -x_{j1}, t_j = t_{j1}$ , 代入 (f) (G) 并整理得:

$t_j = b * [t' + w * x' / (c * c)], -x_j = b * (x' + w * t')$  —— 异组异系 (-, +) 变换,  $k'$  相对  $j$  以  $-w$  运动。同上, 统一改写为:  $x_j = b * (x' - w * t'), -t_j = b * [t' - w * x' / (c * c)]$

注意到  $w$  可正可负,  $b$  等于 “+1/根号下 ( $w^2 / c^2 - 1$ )” 或 “-1/根号下 ( $w^2 / c^2 - 1$ )”, 因此与作者在 [2] [3] 中得到的变换一致。综上所述, 惯性系变换包括三组共 12 个变换类型,

总结如下:

(1)  $|v| < c$ ,  $k'$  系相对  $k$  系以  $v$  运动, 包括异系同组 (+, +) (-, -) (+, -) (-, +) 变换:

$$(+, +): x=a(x' +vt'), t=a[t' +v*x' / (c*c)]$$

$$(-, -): -x=a(x' +vt'), t=a[t' +v*x' / (c*c)]$$

$$(+, -): x=a(x' -vt'), t=a[-t' +v*x' / (c*c)]$$

$$(-, +): x=a(-x' +vt'), t=a[t' -v*x' / (c*c)]$$

$$a=1/\sqrt{1-v^2/c^2}$$

(2) 无穷大变换, 时空互易:

(a)  $x=c*t_j, t=x_j/c$ ; (b)  $x=-c*t_j, t=x_j/c$ ; (c)  $x=c*t_j, t=-x_j/c$ ; (d)  $x=-c*t_j, t=-x_j/c$ .

(3)  $|w| > c$ ,  $w$  不等于无穷大,  $k'$  系相对于  $j$  系以  $w$  运动, 异组异系 (+, +), (+, -), (-, +), (-, -) 变换:

$$(+, +): x_j=b*(x' +w*t'), t_j=b*[t' +w*x' / (c*c)]$$

$$(-, -): -x_j=b*(x' +w*t'), -t_j=b*[t' +w*x' / (c*c)]$$

$$(+, -): -x_j=b*(x' -w*t'), t_j=b*[t' -w*x' / (c*c)]$$

$$(-, +): x_j=b*(x' -w*t'), -t_j=b*[t' -w*x' / (c*c)]$$

$$b=(c/w)/\sqrt{1-c^2/w^2}$$

参考文献:

[1] 《狭义和广义相对论浅说》附录, 爱因斯坦著, 杨润殷译, 上海科学技术出版社, 1964年8月第一版。

[2] 《爱因斯坦遗失的超光速惯性系变换》, 刘宇晖, 海明志杰博客, 2009.7

[3] 《方向一致的超光速惯性系变换》, 刘宇晖, 海明志杰博客, 2009.7