the general science journal

从质数定理到哥德巴赫猜想

Sha Yin-Yue

shayinyue@tom.com

Room 105,9, TaoYuanXinCun, HengXi Town, NingBo City, Z.J. 315131,CHINA

沙寅岳(通信地址:中国浙江省宁波市鄞州区横溪镇桃园新村路下 9 号 105 室,邮编:315131)

一、论不大于一所给数的质数个数

设 Pi（N）表示不大于 N 的质数的总个数，那么，有如下公式成立：

$$Pi(N) \equiv INT\{N\times(1-1/P1)\times(1-1/P2)\times\ldots\times(1-1/Pm)+m-1\}$$

$$Pi(N)\approx Psha(N)\equiv Li(N)\times(1-1/\sqrt{N})$$

$$Sha(N)\equiv 2/(1+\sqrt{(1-4/Ln(N))})\times N/Ln(N)\ge N/(Ln(N)-1)$$

式中 INT{ } 表示对 { } 内公式展开式的每一项取整后再进行加减运算，P1、P2、…、Pm 为所有不大于√N 的 m 个质数，INT（N）为取整函数，Ln（N）为自然对数。

由理论上的推理获得，当 $N\ge 100000000$ 时，有如下公式成立：

$$Li(N)\ge Pi(N)\ge Sha(N)\ge N/(Ln(N)-1)\ge N/Ln(N)$$

二、论不大于一个所给数的孪生质数的数量

设 Tp（N）表示不大于 N 的孪生质数的数量，那么，有如下公式成立：

$$Sha(N)\equiv 2/(1+\sqrt{(1-4/Ln(N))})\times N/Ln(N)\ge N/(Ln(N)-1)$$

$$Tsha(N)\equiv 2/N\times 0.660161815846869573927812\ldots\times(Sha(N))^2$$

$$Pi(N)\equiv INT\{N\times(1-1/P1)\times(1-1/P2)\times\ldots\times(1-1/Pm)+m-1\}$$

$$Tpi(N)\equiv 2/N\times 0.660161815846869573927812\ldots\times(Pi(N))^2$$

式中 Pi（N）表示不大于 N 的质数的总个数，INT{ } 表示对 { } 内公式展开式的每一项取整后再进行加减运算，P1、P2、…、Pm 为所有不大于√N 的 m 个质数，0.660161815846869573927812…为孪生质数常数，INT（N）为取整函数，Ln（N）为自然对数。

由理论上的推理获得，当 $N\ge 100000000$ 时，有如下公式成立：

$$Tp(N)\ge Tpi(N)\ge Tsha(N)\equiv 2/N\times 0.660161815846869573927812\ldots\times(Sha(N))^2$$
$$\ge 2\times 0.660161815846869573927812\ldots\times N/(Ln(N)-1)^2\ge 1.32\times N/(Ln(N))^2$$

三、论偶数表为两个质数之和的表法的数量

设 Gp（N）表示偶数 N 表为两个奇质数 Gp 与 N－Gp 之和的表法的数量，那么，有如下公式成立：

$$Pi(N)\equiv INT\{N\times(1-1/P1)\times(1-1/P2)\times\ldots\times(1-1/Pm)+m-1\}$$

$$Sha(N)\equiv 2/(1+\sqrt{(1-4/Ln(N))})\times N/Ln(N)\ge N/(Ln(N)-1)$$

$$Gpi(N)\equiv Ctwin\times K\times 4/N\times Pi(N/2)\times(Pi(N)-Pi(N/2))$$

$$Gsha(N)\equiv Ctwin\times K\times 4/N\times Sha(N/2)\times(Sha(N)-Sha(N/2))$$

$$K=\prod((1-1/Pc)/(1-2/Pc))\ge 1$$

$$Ctwin=0.660161815846869573927812\ldots$$

式中 Pi（N）表示不大于 N 的质数的总个数，INT{ } 表示对 { } 内公式展开式的每一项取整后再进行加减运算，P1、P2、…、Pm 为所有不大于√N 的 m 个质数，Pc 为不大于√N 且能整除偶数 N 的奇质数，0.660161815846869573927812…为孪生质数常数，INT（N）为取整函数，Ln（N）为自然对数。

由理论上的推理获得，当 $N\ge 1000$ 时，有如下公式成立：

$$Gp(N)\approx Gsha(N)\equiv Ctwin\times K\times 4/N\times Sha(N/2)\times(Sha(N)-Sha(N/2))$$

四、论奇数表为三个奇质数之和的表法数量

设 Rp（N）表示奇合数 Nm 表为三个奇质数之和的表法的数量，那么，有如下公式成立：

Rsha（N）≡ Ctwin / Csha× 4/3× Sha（N/2）×（ Sha（N）－ Sha（N/2）） / Ln（N）

Sha（N）≡ 2 /（1＋√（1－4 / Ln（N）））× N / Ln（N）≥ N /（Ln（N）－ 1）

Csha ＝ ∏（1＋ 1 /（（Pc－1）×（Pc－2）））≤ 1. 742725411770078522853659383233 2…

式中 Csha 为比例系数，Pc 为不大于√N 且能整除奇合数 N 的奇质数，Ln（N）为自然对数。